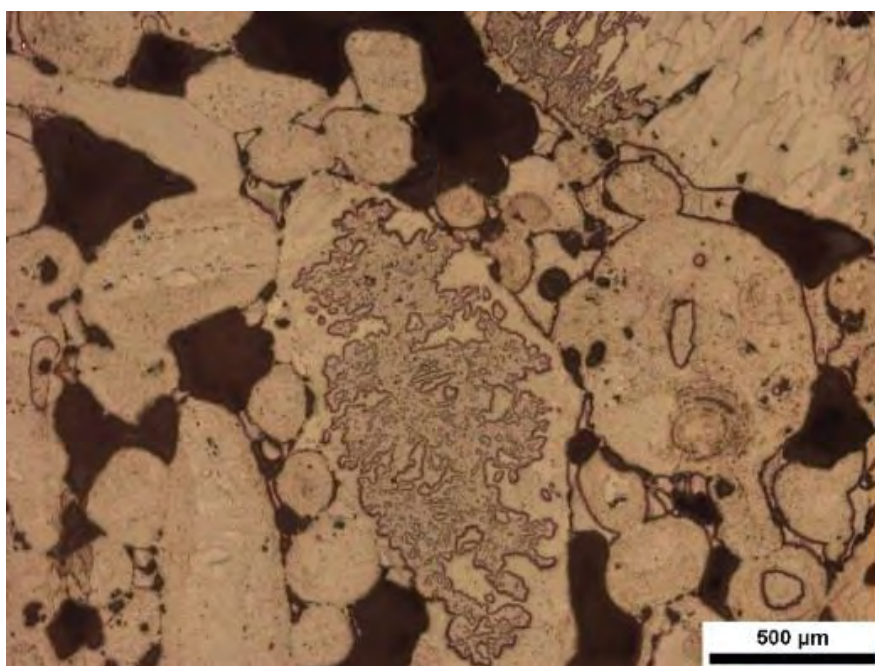




Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Πολυτεχνική Σχολή
Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών

Διδακτορική Διατριβή

*Έρευνηση μηχανικών ιδιοτήτων υλικών που παρουσιάζουν
ευαισθησία στην υδροστατική πίεση με τη βοήθεια πειραμάτων
διείσδυσης*



Βασιλείου Αθανασίου
Πολιτικού Μηχανικού, MSc

Βόλος 2014

© 2014 Βασίλειος Αθανασίου

Η έγκριση της διδακτορικής αυτής διατριβής από το Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Καθηγητή κ. Αντώνιο Γιαννακόπουλο, για την βοήθεια και την καθοδήγηση που μου έδωσε όλα αυτά τα χρόνια, αλλά και την κατανόησή του. Επίσης τον Καθηγητή κ.Φίλιππο Περδικάρη, Διευθυντή του Εργαστηρίου Τεχνολογίας Σκυροδέματος για την συμβολή του στη διεξαγωγή των πειραμάτων αλλά και τον Καθηγητή κ.Παναγιώτη Ντακούλα για τις επισημάνσεις και τη βοήθειά του. Στη συνέχεια θα ήθελα να ευχαριστήσω την Δρ. κα. Άννα Ζερβάκη μέλος του εργαστηρίου υλικών του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας, για την πολύτιμη βοήθειά της καθώς επίσης και τον καθηγητή κ. Γρηγόριο Χαϊδεμενόπουλο. Τέλος να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή κ.Ευριπίδη Παπαμίχο ο οποίος όχι μόνο μας συμβούλευσε στην διαδικασία και αντιμετώπιση του θέματος γενικά, αλλά κυρίως γιατί μας παρείχε μία σειρά φυσικών πετρωμάτων μηχανικά χαρακτηρισμένων πολύ χρήσιμων για την διεξαγωγή της έρευνας. Τα χαρακτηρισμένα πετρώματα προέρχονται από την εταιρεία SINTEF PETROLEUMSFORSKING AS (NO-7465 Trondheim, Norway), όπου χωρίς την πολύτιμη βοήθειά της δεν θα ήταν δυνατή η διεξαγωγή της παρούσας διατριβής. Τέλος οφείλω ευχαριστίες στον Καθηγητή και Πρόεδρο του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών κ. Ηλίου Νικόλαο, στον Επίκουρο Καθηγητή κ.Αχιλλέα Παπαδημητρίου, στον Λέκτορα κ.Γιώργο Εφραιμίδη και τον Δρ. κ.Αθανάσιο Ζήση για τον κώδικα πεπερασμένων στοιχείων και την παραχώρηση σχετικών αποτελεσμάτων.

Βασίλειος Αθανασίου
29 Μαΐου 2014

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

‘Διερεύνηση μηχανικών ιδιοτήτων υλικών που παρουσιάζουν ευαισθησία στην υδροστατική πίεση με τη βοήθεια πειραμάτων διείσδυσης’

Αντικείμενο της Διατριβής αποτελεί η διερεύνηση ιδιοτήτων υλικών που παρουσιάζουν ευαισθησία στην υδροστατική πίεση με τη βοήθεια πειραμάτων διείσδυσης. Η εργασία αποτελείται από δύο μέρη, (α) το θεωρητικό μέρος που περιλαμβάνει την ανάλυση των κυρίαρχων κριτηρίων διαρροής, την περιγραφή των διαφόρων μεθόδων διείσδυσης, και την ανάλυση του προβλήματος διείσδυσης κατά Knoop. Πιο συγκεκριμένα, στις δισδιάστατες αναλύσεις που περιγράφονται στο 3^ο κεφάλαιο αναπτύχθηκε ένα μοντέλο βασιζόμενο στη θεωρία του Shield R.T., 1953 όπου η διείσδυση πραγματοποιείται με τη βοήθεια μίας λείας άκαμπτης και άνευ τριβής φρέζας, γωνίας 2β, κάτω από συνθήκες επίπεδης έντασης σε συνεκτικά υλικά. Στο επόμενο κεφάλαιο πραγματοποιήθηκε ανάλυση πλαστικής ροής βραχιδών υλικών κάτω από την επιρροή ενός επίπεδου διεισδυτή απουσία τριβών. Στη συνέχεια περιγράφηκε η πτώση κωνικού διεισδυτή (Wood D.M., 1984) σε συνεκτικά υλικά. Στο 6^ο κεφάλαιο γίνεται η ανάλυση της διείσδυσης κατά Knoop δηλαδή μία πλήρης περιγραφή του τρόπου μέτρησης του λόγου σκληρότητα προς μέτρο ελαστικότητας (H/E), αλλά και του μέτρου ελαστικότητας E μέσα από τη σκληρομέτρηση με διεισδυτή Knoop. Το δεύτερο και πειραματικό μέρος της εργασίας περιλαμβάνει τα υλικά που χρησιμοποιήθηκαν, την περιγραφή των πειραματικών διατάξεων και μεθόδων, τόσο των κλασικών μετρήσεων όσο και της μικροσκληρομέτρησης αλλά και τα αποτελέσματα των δοκιμών. Πιο συγκεκριμένα περιγράφεται αναλυτικά η διαδικασία παρασκευής, σκλήρυνσης και ενυδάτωσης του τσιμέντου, η πειραματική διερεύνηση της θλιπτικής αντοχής της τσιμεντόπαστας (αντοχή σε μονοαξονική συμπίεση), η πειραματική διερεύνηση του έμμεσου εφελκυσμού από διάρρηξη της τσιμεντόπαστας (Brazilian test) και η διαδικασία των μικροσκληρομετρήσεων για όλα τα υλικά φυσικά και τεχνητά. Η πειραματική διερεύνηση των μηχανικών ιδιοτήτων ενός μεγάλου εύρους υλικών επιλέχθηκε ώστε να θεωρηθεί έγκυρη η μελέτη (μεγάλο εύρος μέτρου ελαστικότητας, γωνίας εσωτερικής τριβής) και να επαληθευθούν οι ιδιότητες των υλικών. Τα φυσικά υλικά

που χρησιμοποιήθηκαν στις μικροσκληρομετρήσεις είναι Tuffeau de Maastricht Chalk, Pietra di Lecce Limestone, Pietra di Vicenza Limestone, Sander Sandstone, Grunnes Soapstone, Portland Island Limestone, Gioia Marble, Lorano Marble, και Dionysos Marble και Serena Sandstone. Τα φορτία που επιλέχθηκαν για την σκληρομέτρηση ποικίλουν με τιμές των 500gr, 200gr, 100gr και 25gr. Από την διαδικασία της σκληρομέτρησης γενικά, αποδείχτηκε ότι τα μεγάλα φορτία δημιουργούν έντονα φαινόμενα υποεπιφανειακών θρυμματισμών, ενώ αντίθετα τα πολύ μικρά φορτία δημιουργούν πολύ μικρά μεγέθη εντυπωμάτων, μεγαλώνοντας έτσι την πιθανότητα σφάλματος κατά την μέτρηση. Όσον αφορά τη μέση τιμή σκληρότητας Knoop για την τσιμεντόπαστα, αυτή μετρήθηκε στα 264 MPa, ενώ στην βιβλιογραφία οι τιμές που αναφέρονται είναι από 200 έως 300 MPa. Σημειώνεται πως η μέτρηση της μεγάλης διαγωνίου χρειάζεται στον υπολογισμό της σκληρότητας. Αντίθετα η μέτρηση της μικρής διαγωνίου είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας. Η τιμή που προκύπτει για το μέτρο ελαστικότητας εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την τιμή της σταθεράς α που χρησιμοποιούμε. Συγκρίνοντας τις τιμές για το μέτρο ελαστικότητας των υλικών που υπολογίστηκαν, χρησιμοποιώντας τις τιμές 0.34, 0.45 και 1.5 για τη σταθερά α , φαίνεται πως μονάχα η τιμή $\alpha=0.45$ κάνει τις μετρήσεις αξιόπιστες και τα αποτελέσματα να συμφωνούν με τη βιβλιογραφία. Αυτό μάλιστα ενισχύεται από την στατιστική απεικόνιση των αποτελεσμάτων του μέτρου ελαστικότητας όπου υπάρχει συγκέντρωση των τιμών γύρω από μία τιμή στα περισσότερα υλικά (μικρή διασπορά τιμών). Τελικά, η χρησιμότητα της προτεινόμενης μεθόδου έγκειται στο γεγονός πως μπορεί να απλοποιήσει πολύπλοκες, χρονοβόρες και κοστοβόρες διαδικασίες εκτίμησης μηχανικών ιδιοτήτων υλικών (κλασσικές μέθοδοι) με νέες απλούστερες δοκιμές διεύθυνσης που όμως δεν υπολείπονται ποιοτικά στην απόδοση των ιδιοτήτων.

ABSTRACT

‘Assessment of mechanical properties of pressure sensitive materials through instrumented indentation’

The subject of the present doctoral is the assessment of mechanical properties of pressure sensitive materials through instrumented indentation. It consists of two parts Part A, theory, which includes the description of the most important yield criteria, and the analysis of the Knoop indentation. On Chapter 3, a two dimension model based on the R.T.Shield theory is described, where an indenter with 2β angle, is applied on cohesive materials under plain strain. Chapter 4 describes the plastic flow of rock materials under the influence of a rigid frictionless punch. Chapter 5 presents the model of a cone indenter [D.M.Wood, 1984] on cohesive materials. Chapter 6 includes both the analysis of Knoop indentation and the assessment of the ratio (H/E) hardness to modulus of elasticity through instrumented indentation. Part B, the experimental part of the thesis, describes the classic instrumented tests such as uniaxial compression test, indirect tensile test, the process of the indentation tests and the description of both materials, natural and artificial. The Chapter 7 describes the process of cement preparation and production, classic instrumented tests such as uniaxial compression test, indirect tensile test (Brazilian test) and the microhardness test, in order to define mechanical properties of the materials. Materials with a wide range of modulus of elasticity and angle of internal friction values were tested through Knoop indentation in order to determine the mechanic properties and to prove the validity of the process. The natural stones that have been tested are Tuffeau de Maastricht Chalk, Pietra di Lecce Limestone, Pietra di Vicenza Limestone, Sander Sandstone, Grunnes Soapstone, Portland Island Limestone, Gioia Marble, Lorano Marble, Dionysos Marble and Serena Sandstone. The loads applied varied between 25gr, 100gr, 200gr and 500gr. It was that heavy loads create subsurface fragmentation phenomena. On the other hand very small loads create inappropriate imprints to be measured, contributing to errors. As far as the Knoop hardness medium value is concerned, it was counted 264MPa for cement paste, while on bibliography it is referred between 200MPa and 300 MPa. It is noted that the measurement of the small diagonal is necessary for the determination of the modulus of elasticity. The determination of modulus of elasticity strongly relies on the hypothesis of the α constant used in the process. Comparing the results for the modulus of elasticity using the α parameter values of 0.34, 0.45 and 1.5 we proved that only $\alpha=0.45$ makes the results close to real values. Finally the utility of the proposed processes relies on the fact that we can simplify complex, time-consuming and costly experiments of evaluating the mechanical properties (classic compression and tension tests) with new simplified indentation tests that do not remain in quality or miscount the properties of the materials.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

Ευχαριστίες	3
Περίληψη	4
Πίνακας Περιεχομένων	7
Ευρετήριο Σχημάτων	11
Ευρετήριο Πινάκων	17
ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ Θεωρητική Ανάλυση	20
1. Εισαγωγή	21
1.1 Ορισμός του προβλήματος	21
1.2 Εφαρμογές	21
2. Κριτήρια διαρροής, βασικές έννοιες και συμβάσεις	25
2.1 Κριτήρια διαρροής	25
2.1.1 Κριτήριο διαρροής Tresca	26
2.1.2 Κριτήριο διαρροής von Mises	26
2.1.3 Κριτήριο διαρροής Rankine	27
2.1.4 Κριτήριο διαρροής Mohr-Coulomb	27
2.1.5 Κριτήριο διαρροής Drucker-Prager	29
2.1.6 Κριτήριο Menetrey-Willam	30
2.2 Συμβάσεις	31
2.3 Τανυστής τάσεων	32
3. Δισδιάστατες αναλύσεις (Μοντέλα απολύτως στερεά-πλαστικά)	34
3.1 Εισαγωγή	35
3.2 Γεωμετρική περιγραφή	35
3.3 Μαθηματική Περιγραφή	37
3.4 Αποτελέσματα	39
3.5 Αποτελέσματα υπολογισμών για την ειδική γωνία διεσδυτή $\beta=65^\circ$	51
3.6 Εφαρμογή σε χωματοургικές μηχανές	52
3.7 Συμπεράσματα	54
4. Μοντέλο P.R.Pasley, J.B.Cheatham,Jr	55
4.1 Εισαγωγή	55
4.2 Σχηματική απεικόνιση	55
4.3 Μαθηματική περιγραφή	56
4.4 Αποτελέσματα	58
4.5 Συμπεράσματα	59

5. Μοντέλο D.M.Wood	60
5.1 Εισαγωγή	60
5.2 Σχηματική απεικόνιση	60
5.3 Μαθηματική Περιγραφή	60
5.4 Αποτελέσματα	61
5.5 Συμπεράσματα	61
6. Ανάλυση της διείδυσης κατά Knoop	62
(Αναλυτικά και Αριθμητικά αποτελέσματα)	
6.1 Εισαγωγή	62
6.2 Ανασκόπηση της μεθόδου	64
6.3 Τυποποίηση του προβλήματος και κυρίαρχες εξισώσεις	65
6.4 Αποτελέσματα και σύνοψη	74
6.4.1 Δύναμη, ακαμψία επαφής και μέση πίεση	75
6.4.2 Επιφάνεια επαφής, υπολειμματικό βάθος διείδυσης και παραμορφώσεις	80
6.4.3 Λεπτομέρειες των τοπικών μηχανικών πεδίων	84
6.5 Συμπεράσματα	89
6.6 Επίδραση του πορώδους	91
6.7 Επιρροή της ευαισθησίας πίεσης (pressure hardening)	93
6.8 Επιρροή της κράτυνσης (strain hardening)	94
6.9 Εύρεση γωνίας διαστολής $\beta(^{\circ})$ / γωνίας εσωτερικής τριβής $\phi(^{\circ})$	96
6.10 Υπολογισμός συνοχής	98
6.11 Υπολογισμός σκληρότητας Knoop με δεδομένη τη γωνία διατμητικής αντοχής $\phi(^{\circ})$ (αντίστροφο πρόβλημα)	101
7. Μοντέλο αφρώδους πλαστικότητας	104
ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ Πειραματική Ανάλυση	107
8. Υλικά, πειραματικές διατάξεις και μέθοδοι	108
8.1 Περιγραφή Υλικών	108
8.1.1 Φυσικά υλικά	108
8.1.2 Τεχνητά υλικά	110
8.1.2.1 Παραγωγή του τσιμέντου	110
8.1.2.2 Ελληνικός Κανονισμός Σκυροδέματος	111
8.1.2.3 Διαδικασία ενυδάτωσης και σκλήρυνσης του τσιμέντου	112
8.2 Περιγραφή πειραματικής διαδικασίας	113
8.2.1 Κλασσικές πειραματικές διατάξεις	113
8.2.1.1 Πειραματική διερεύνηση της θλιπτικής αντοχής	114
8.2.1.2 Πειραματική διερεύνηση της εφελκυστικής αντοχής (Έμμεσος εφελκυσμός από διάρρηξη)	114
8.2.2 Μικροσκληρομέτρηση	116
8.2.2.1 Επιλογή δοκιμίων-κοπή	116
8.2.2.2 Εγκιβωτισμός	116
8.2.2.3 Λείανση-στίλβωση	116

8.2.2.4 Μετρήσεις	118
8.3 Αποτελέσματα της διαδικασίας	119
8.3.1 Μετρήσεις σκληρότητας	119
9. Αποτελέσματα μετρήσεων	120
9.1 Κλασσικές μετρήσεις	120
9.1.1 Τεχνητά υλικά (τσιμεντόπαστα)	120
9.1.1.1 Πειραματική διερεύνηση της θλιπτικής αντοχής	120
9.1.1.2 Πειραματική διερεύνηση της εφελκυστικής αντοχής (Έμμεσος εφελκυσμός από διάρρηξη)	124
9.1.1.3 Υπολογισμός γωνίας διατμητικής αντοχής και συνοχής	125
9.1.2 Αναφορά στα λοιπά υλικά	126
9.2 Μετρήσεις σκληρότητας	127
9.2.1 Σκληρότητα Tuffeau de Maastricht Chalk	127
9.2.2 Σκληρότητα Pietra di Lecce Limestone	127
9.2.3 Σκληρότητα Pietra di Vicenza Limestone	128
9.2.4 Σκληρότητα Sander Sandstone	129
9.2.5 Σκληρότητα Grunnes Soapstone	129
9.2.6 Σκληρότητα Portland Island Limestone	130
9.2.7 Σκληρότητα Gioia Marble	130
9.2.8 Σκληρότητα Lorano Marble	131
9.2.9 Σκληρότητα Dionysos Marble	132
9.2.10 Σκληρότητα Serena Sandstone	133
9.2.11 Σκληρότητα Cement paste	133
9.3 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας	134
9.3.1 Μέτρο ελαστικότητας Tuffeau de Maastricht Chalk	136
9.3.2 Μέτρο ελαστικότητας Pietra di Lecce Limestone	137
9.3.3 Μέτρο ελαστικότητας Pietra di Vicenza Limestone	138
9.3.4 Μέτρο ελαστικότητας Sander Sandstone	139
9.3.5 Μέτρο ελαστικότητας Grunnes Soapstone	140
9.3.6 Μέτρο ελαστικότητας Portland Island Limestone	141
9.3.7 Μέτρο ελαστικότητας Gioia Marble	142
9.3.8 Μέτρο ελαστικότητας Lorano Marble	143
9.3.9 Μέτρο ελαστικότητας Dionysos Marble	144
9.3.10 Μέτρο ελαστικότητας Serena Sandstone	145
9.3.11 Μέτρο ελαστικότητας Cement Paste	146
9.4 Σχολιασμός και σύγκριση αποτελεσμάτων	147
9.4.1 Μέτρηση σκληρότητας – σχολιασμός	147
9.4.2 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας – σχολιασμός	148
10. Συμπεράσματα-Προτάσεις	152
10.1 Γενικά	152
Κατάλογος αναφορών – Βιβλιογραφία	156
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	161
Παρουσίαση της γραμμικής ελαστικής επίλυσης για μία συγκεντρωμένη κάθετη σημειακή δύναμη	

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	164
Σχήματα 6 ^{ου} Κεφαλαίου (Ανάλυσης Πεπερασμένων Στοιχείων)	
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ	
Α. Φωτογραφίες μικροδομής	188
Β. Φωτογραφίες αποτυπωμάτων	191

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

1. Εισαγωγή
 - 1.1 Γεωτρύπανο (1)
 - 1.2 Γεωτρύπανο (2)
 - 1.3 Ακρόπολη, Αθήνα
 - 1.4 Κατασκευή σήραγγας
2. Κριτήρια διαρροής, βασικές έννοιες και συμβάσεις
 - 2.1 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων ελαστικό-τελείως πλαστικό (a), ελαστοπλαστικό με χαλάρωση (b), ελαστοπλαστικό με κράτυνση (c).
 - 2.2 Γεωμετρική απεικόνιση του τανυστή των τάσεων
 - 2.3 Χώρος των κύριων τάσεων Haigh-Westergaard
3. Δισδιάστατες αναλύσεις (Μοντέλα απολύτως στερεά-πλαστικά)
 - 3.1 Γεωμετρία του μοντέλου
 - 3.2 Πλάγια όψη της γεωμετρίας του μοντέλου
 - 3.3 Πλευρική τομή της γεωμετρίας του μοντέλου
 - 3.4 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=10^\circ$
 - 3.5 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=10^\circ$
 - 3.6 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=15^\circ$
 - 3.7 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=15^\circ$
 - 3.8 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=30^\circ$
 - 3.9 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=30^\circ$
 - 3.10 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=60^\circ$
 - 3.11 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=60^\circ$
 - 3.12 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=65^\circ$
 - 3.13 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=65^\circ$
 - 3.14 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=70.3^\circ$
 - 3.15 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=70.3^\circ$
 - 3.16 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=80^\circ$
 - 3.17 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=80^\circ$
4. Μοντέλο P.R.Pasley, J.B.Cheatham,Jr
 - 4.1 Γεωμετρία του μοντέλου (1)
 - 4.2 Πλάγια τομή
 - 4.3 Γεωμετρία του μοντέλου (2)

- 4.4 Μεταβολή L/d σε σχέση με παράμετρο υλικού A/t_0
- 4.5 Μεταβολή P/dt_0 σε σχέση με παράμετρο υλικού A/t_0
- 5. Μοντέλο D.M.Wood
 - 5.1 Γεωμετρία του μοντέλου
 - 5.2 Πειραματική και θεωρητική μεταβολή του συντελεστή k_a
- 6. Ανάλυση της διείδυσης κατά Knoop
 - (Αναλυτικά και Αριθμητικά αποτελέσματα)
 - 6.1 Τρισδιάστατη γεωμετρία των διειδυτών κατά Vickers (a), Berkovich (b) και Knoop (c).
 - 6.2 Η γεωμετρία του πειράματος Knoop
 - 6.3 Επίδραση του πορώδους στην πίεση διείδυσης για διάφορες γωνίες διείδυσης
 - 6.4 Γεωμετρία του προβλήματος. Το υλικό εντός του ελαστοπλαστικού συνόρου ακτίνας $c > a$ βρίσκεται σε πλαστική κατάσταση ενώ υλικό εκτός του ελαστοπλαστικού συνόρου συμπεριφέρεται ελαστικά.
 - 6.5 Συσχετισμός κανονικοποιημένης πίεσης διείδυσης και πορώδους f_0
 - 6.6 Μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας τσιμεντόπαστας με την αύξηση του πορώδους ϕ (%)
 - 6.7 Οριακές λύσεις του λόγου H/c για δύο γεωμετρίες διειδυτών Berkovich $\theta_{BB}=70.32^\circ$ και Cube Corner $\theta_{CC}=42.28^\circ$
- 7. Μοντέλο Αφρώδους πλαστικότητας (Foam model)
 - 7.1 (a) Επιφάνεια διαρροής στο επίπεδο t - p για το αφρώδες μοντέλο (b) Τυπική κράτυνση του αφρώδους υλικού που χρησιμοποιήθηκε
- 8. Υλικά, πειραματικές διατάξεις και μέθοδοι
 - 8.1 Πειραματική διάταξη έμμεσου εφελκυσμού από διάρρηξη
 - 8.2 Δοκιμή έμμεσου εφελκυσμού από διάρρηξη
 - 8.3 Πρέσα μονοαξονικής θλίψης DMG
 - 8.4 Λειαντικοί δίσκοι
 - 8.5 Συσκευές στίλβωσης
 - 8.6 Μικροσκληρόμετρο Wolpert Group (TYPE402 MVD)
 - 8.7 Οπτικό μικροσκόπιο Leitz Aristomet
- 9. Αποτελέσματα μετρήσεων
 - 9.1 Διάγραμμα τάσης – ανοιγμένης παραμόρφωσης αντοχής σε θλίψη του πρώτου δοκιμίου τσιμεντόπαστας
 - 9.2 Ορισμός μέτρων ελαστικότητας
 - 9.3 Διάγραμμα τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης αντοχής σε θλίψη του δοκιμίου 1 τσιμεντόπαστας
 - 9.4 Διάγραμμα τάσης – μετακίνησης αντοχής σε θλίψη του δοκιμίου 1 τσιμεντόπαστας
 - 9.5 Διάγραμμα τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης αντοχής σε θλίψη του δοκιμίου 2 τσιμεντόπαστας

- 9.6 Διάγραμμα τάσης – μετακίνησης αντοχής σε θλίψη του δοκιμίου 2 τσιμεντόπαστας
- 9.7 Δοκιμή έμμεσου εφελκυσμού (Γράφημα Φόρτισης- Μετατόπισης) του πρώτου δοκιμίου τσιμεντόπαστας
- 9.8 Δοκιμή έμμεσου εφελκυσμού (Γράφημα Φόρτισης- Μετατόπισης) του δεύτερου δοκιμίου τσιμεντόπαστας
- 9.9 Κρίσιμες εντατικές καταστάσεις και περιβάλλουσα Mohr
- 9.10 Η γεωμετρία του πειράματος Knoop. Σκιασμένη φαίνεται η ζώνη πλαστικής παραμόρφωσης και έξω από αυτήν η ζώνη ελαστικής παραμόρφωσης. Οι διαστάσεις α , b είναι πριν την ελαστική επαναφορά και οι α' , b' είναι μετά την ελαστική επαναφορά
- 9.11 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Tuffeau de Maastricht Chalk ($\alpha=0.45$)
- 9.12 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Pietra di Lecce Limestone ($\alpha=0.45$)
- 9.13 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Pietra di Vicenza Limestone ($\alpha=0.45$)
- 9.14 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Sander Sandstone ($\alpha=0.45$)
- 9.15 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Grunnes Soapstone ($\alpha=0.45$)
- 9.16 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Portland Island Limestone ($\alpha=0.45$)
- 9.17 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Gioia Marble ($\alpha=0.45$)
- 9.18 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Lorano Marble ($\alpha=0.45$)
- 9.19 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Dionysos Marble ($\alpha=0.45$)
- 9.20 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Serena Sandstone ($\alpha=0.45$)
- 9.21 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Cement paste ($\alpha=0.45$)

Παράρτημα Α. Παρουσίαση της γραμμικής ελαστικής επίλυσης για μία συγκεντρωμένη κάθετη σημειακή δύναμη.

A1:(a) Συγκεντρωμένο σημειακό φορτίο P ενεργεί στην επιφάνεια ενός ημιάπειρου γραμμικού ελαστικού σώματος. (b) Μεταβολή των αναλοίωτων τάσεων ως συναρτήση της γωνίας δ , για διάφορες τιμές του λόγου Poisson ν .

Παράρτημα Β. Σχήματα 6^{ου} Κεφαλαίου (Ανάλυση Πεπερασμένων στοιχείων)

B1: (a) Το μοντέλο Drucker-Prager. Το κριτήριο διαρροής είναι γραμμικής μορφής στο μεσημβρινό επίπεδο. Παρουσιάζεται μία γεωμετρική απεικόνιση των παραμέτρων του μοντέλου. Ονομαστικά, β είναι η γωνία τριβής του

υλικού στο μεσημβρινό επίπεδο τάσεων, d είναι η παράμετρος κράτυνσης που μετρά την συνοχή του υλικού και ψ είναι η γωνία διαστολής. (b) Δύο τυπικές επιφάνειες διαρροής για το γραμμικό μοντέλο στο αποκλίνον επίπεδο (S_1, S_2, S_3 είναι οι κύριοι αποκλίνοντες τανυστές). Για την επιφάνεια διαρροής 'α' το $K=1$, ενώ για την επιφάνεια διαρροής 'β', $K=0.8$. Για $K=1$ η επιφάνεια διαρροής ισούται με τον von Mises κύκλο στο αποκλίνον κύριο επίπεδο ($0.778 \leq K \leq 1.0$).

B2: (a) Σχηματική αναπαράσταση του προβλήματος: Η πυραμίδα Knoop και η υπο διείσδυση επιφάνεια. Ένα τέταρτο της περιοχής διακριτοποιείται λόγω της μειωμένης συμμετρίας. (b) Οι τρεις επιφάνειες ενδιαφέροντος παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές παράμετροι του προβλήματος καθορίζονται για τις πυραμίδες με δίπλη συμμετρία. Για την περίπτωση Knoop διεισδυτή οι χαρακτηριστικές γωνίες είναι: $\Phi=86.25^\circ$, $\Theta=65^\circ$.

B3: (a) Τυπικό δίκτυο που χρησιμοποιήθηκε στους υπολογισμούς. (b) Άνω όψη του δικτύου γύρω από την ενδιαφέρουσα περιοχή (περιοχή επαφής και περιβάλλον διείσδυσης). Αριθμός στοιχείων: 52580, Αριθμός Κόμβων: 55722.

B4: Κανονικοποιημένο φορτίο $P/(\sigma_{Y0} h_{max}^2)$ προς κανονικοποιημένο βάθος διείσδυσης h/h_{max} . Παρουσιάζονται αποτελέσματα για τις περιπτώσεις φόρτισης και αποφόρτισης, για διάφορες τιμές.

B5: Κανονικοποιημένη ακαμψία $\frac{C}{\sigma_Y} = P/(\sigma_Y h_{max}^2)$ για διάφορες τιμές των (α) δείκτη ευαισθησίας στην υδροστατική πίεση β και γωνία διαστολής ψ και (b) ανισοτροπία εφελκυσμού προς συμπίεση K . Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για $\frac{\sigma_{Y0}}{E_r} = 0.05, 0.001, 0.0005$.

B6: Κανονικοποιημένη μέση πίεση p_{av}/σ_Y για διάφορες τιμές των (α) υδροστατικός δείκτης ευαισθησίας β , (b) γωνία διαστολής ψ και (c) ανισοτροπία εφελκυσμού προς συμπίεση K . Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για $\frac{\sigma_{Y0}}{E_r} = 0.05, 0.001, 0.0005$.

B7: Αποτελέσματα για (α) ακαμψία προς μέση πίεση $\frac{C}{p_{av}} = f(\beta, \psi)$ και (b) μέση πίεση προς τάση διαρροής $\frac{p_{av}}{\sigma_{Y0}} = f(\beta, K)$ για διάφορες τιμές του υδροστατικού δείκτη ευαισθησίας πίεσης β , της γωνίας διαστολής ψ και K . Τα αποτελέσματα αντιστοιχούν σε $\frac{\sigma_{Y0}}{E_r} \leq 0.001$.

B8: Κανονικοποιημένη μέγιστη επιφάνεια επαφής A_{max}/h_{max}^2 σε πλήρη φόρτιση για διάφορες τιμές του (α) υδροστατικού δείκτη β και της γωνίας διαστολής ψ και (b) ανισοτροπία εφελκυσμού προς συμπίεση K . Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για $\frac{\sigma_{Y0}}{E_r} = 0.05, 0.001, 0.0005$.

B9: Γεωμετρικά χαρακτηριστικά των προφίλ επαφής. Κανονικοποιημένη παραμόρφωση u_z/h_{max} κατά μήκος των $-x$ και $-y$ αξόνων (η μικρή και μεγάλη ακτίνα επαφής). Τα αποτελέσματα φαίνονται για (α) $\frac{\sigma_{Y0}}{E_r} = 0.05$, και διάφορες τιμές του υδροστατικού δείκτη β (b) για $\frac{\sigma_{Y0}}{E_r} = 0.001$, και διάφορες τιμές του υδροστατικού δείκτη β . (c) και (d) Επίδραση της γωνίας διαστολής ψ και της ανισοτροπίας εφελκυσμού προς συμπίεση K στα προφίλ επαφής για $\frac{\sigma_{Y0}}{E_r} = 0.001$. (e) Μέγεθος ανύψωσης ως συνάρτηση της γωνίας διαστολής ψ ,

για διάφορες τιμές του υδροστατικού δείκτη ευαισθησίας β . Η ποσότητα h_{short} καθορίζεται στο (a).

B10: Κανονικοποιημένο απομένων βάθος διείδυσης h_{res}/h_{max} ως συνάρτηση του (a) δείκτη ευαισθησίας πίεσης β και της γωνίας διαστολής ψ και (c) ανισοτροπία εφελκυσμού προς συμπίεση K . Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για $\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.05, 0.001, 0.0005$.

B11: Κανονικοποιημένο απομένων βάθος διείδυσης h_{res}/h_{max} ως συνάρτηση της κανονικοποιημένης μέσης πίεσης $\frac{p_{av}}{E_r}$. Προστίθεται η πειραματική σχέση σύμφωνα με την εξίσωση 6.41. Αποτελέσματα για $\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.05, \frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.001$ και $\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.0005$ φαίνονται για ένα εύρος τιμών των β, ψ και K .

B12: Χαρακτηριστική γεωμετρική αναλογία του αποτυπώματος επαφής m_{max}/l_{max} σε πλήρη φόρτιση ως συνάρτηση της αδιάστατης μέσης πίεσης $\frac{p_{av}}{E_r}$ που αναπτύσσεται στο διειδυτή κατά τη μέγιστη φόρτιση. Η πειραματική σχέση συμφώνως με τους Marshall et al. –Εξίσωση 6.42 προστίθεται. Αποτελέσματα πεπερασμένων στοιχείων που αντιστοιχούν στον καταστατικό νόμο Drucker-Prager για $\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.05, \frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.001$ και $\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.0005$ και για ένα εύρος τιμών β, ψ και K .

B13: (a) Σχέση $\frac{dP}{dh} = f(A_{max}^{\frac{1}{2}} E_r)$ σε μέγιστη φόρτιση. Σημειώνεται πως η ποσότητα $\frac{dP}{dh}$ μετράται στα πρώτα στάδια αποφόρτισης. Φαίνονται τα αποτελέσματα για τον καταστατικό νόμο Drucker-Prager για $\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.05, \frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.001$ και $\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.0005$ και για ένα εύρος τιμών β, ψ και K . Επίσης φαίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα για το von Mises υλικό.

B14: (a,b) Ισοψείς καμπύλες τάσεων $\frac{\sigma_{eq}}{E_r}$ σε πλήρη φόρτιση. Φαίνονται τα αποτελέσματα για $\tan\beta=0$ και 0.577. (c) Για τις ίδιες περιπτώσεις, η ισοδύναμη τάση $\frac{\sigma_{eq}}{E_r}$ κατά μήκος του x-, y- και z- άξονα, φαίνονται για το μέγιστο βάθος διείδυσης. ($\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.05, \psi=0^\circ$ και $K=1$).

B15: (a,b) Ισοψείς καμπύλες τάσεων $\frac{p_h}{E_r}$ σε πλήρη φόρτιση. Φαίνονται τα αποτελέσματα για $\tan\beta=0$ και 0.577. (c) Για τις ίδιες περιπτώσεις, η υδροστατική πίεση $\frac{p_h}{E_r}$ κατά μήκος του x-, y- και z- άξονα, φαίνονται για το μέγιστο βάθος διείδυσης. ($\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.05, \psi=0^\circ$ και $K=1$).

B16: (a,b) Ισοψείς ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης ε_{eq} σε πλήρη φόρτιση. Φαίνονται τα αποτελέσματα για $\tan\beta=0$ και 0.577. (c) Για τις ίδιες περιπτώσεις, η ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση ε_{eq} κατά μήκος του x-, y- και z- άξονα, φαίνονται για το μέγιστο βάθος διείδυσης. ($\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.05, \psi=0^\circ$ και $K=1$).

B17: (a,b) Ισοψείς καμπύλες ισοδύναμης τάσης $\frac{\sigma_{eq}}{E_r}$ σε πλήρη φόρτιση. Φαίνονται τα αποτελέσματα για $\psi=10^\circ$ και 30° . (c) Για τις ίδιες περιπτώσεις,

η ισοδύναμη τάση σ_{eq} κατά μήκος του x-, y- και z- άξονα, φαίνεται για το μέγιστο βάθος διείσδυσης. ($\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.001$, $\beta=30^\circ$ και $K=1$).

B18: (a,b) Ισοψείς καμπύλες υδροστατικής πίεσης $\frac{p_h}{E_r}$ σε πλήρη φόρτιση. Φαίνονται τα αποτελέσματα για $\psi=10^\circ$ και 30° . (c) Για τις ίδιες περιπτώσεις, η υδροστατική πίεση p_h κατά μήκος του x-, y- και z- άξονα, φαίνονται για το μέγιστο βάθος διείσδυσης. ($\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.001$, $\beta=30^\circ$ και $K=1$).

B19: (a,b) Ισοψείς καμπύλες τάσεων $\frac{p_h}{E_r}$ σε πλήρη φόρτιση. Φαίνονται τα αποτελέσματα για $\tan\beta=0$ και 0.577 . (c) Για τις ίδιες περιπτώσεις, η υδροστατική πίεση $\frac{p_h}{E_r}$ κατά μήκος του x-, y- και z- άξονα, φαίνονται για το μέγιστο βάθος διείσδυσης. ($\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.05$, $\psi=0^\circ$ και $K=1$).

B20: Ισοδύναμη τάση $\frac{\sigma_{eq}}{E_r}$ κατά μήκος του x-, y- και z- άξονα στο μέγιστο βάθος διείσδυσης. Φαίνονται τα αποτελέσματα για $K=0.778$ και 1 . ($\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.001$, $\beta=30^\circ$ και $\psi=0^\circ$).

B21: Υδροστατική πίεση $\frac{p_h}{E_r}$ κατά μήκος του x-, y- και z- άξονα στο μέγιστο βάθος διείσδυσης. Φαίνονται τα αποτελέσματα για $K=0.778$ και 1 . ($\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.001$, $\beta=30^\circ$ και $\psi=0^\circ$).

B22: Ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση ε_{eq} κατά μήκος του x-, y- και z- άξονα στο μέγιστο βάθος διείσδυσης. Φαίνονται τα αποτελέσματα για $K=0.778$ και 1 . ($\frac{\sigma_{YO}}{E_r} = 0.001$, $\beta=30^\circ$ και $\psi=0^\circ$).

B23: Έκταση της πλαστικής ζώνης. Ο λόγος $\frac{r_{py}}{r_{pz}}$ ως συνάρτηση του δείκτη ευαισθησίας πίεσης β . ψ και K είναι ελάχιστης σημασίας. r_{py} και r_{pz} καθορίζουν την έκταση της πλαστικής ζώνης κατά τις y- και z- διευθύνσεις όπως φαίνονται. Φαίνονται τα αποτελέσματα για το μέγιστο βάθος διείσδυσης h_{max} .

B24: Σχηματική αναπαράσταση ρηγματώσεων για Vickers και Knoop διεισδυτές. Τα κυκλωμένα σημεία στην πλαστική ζώνη αναπαράσταν την σ_{xx} παραμένουσα τάση που ενεργεί κάθετα στο επίπεδο της ρωγμής. Το σχήμα προέρχεται από Marshall, 1983.

B28: (a) Πειραματικές παρατηρήσεις θραύσης σε μεγάλα φορτία διείσδυσης στο x-z επίπεδο, Loube, 2001 – Journal of the Wuropean Ceramic Society. Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε για τα πειράματα διείσδυσης ήταν μία εμπορική εμποτισμένη με αέριο νιτρώδης σιλικόνη 3 % κ.β. MgO. Παρουσιάζονται ρηχές ρωγμές (σημείο s) συνοδευόμενες από βαθιές ρωγμές (σημείο d). Επίσης φαίνεται η ρωγμή μισής πέννας (σημείο p). Η διεύθυνση της ρωγμής προτείνει τη διάδοση με τις σ_{xx} και σ_{zz} παραμένουσες τάσεις. Για σύγκριση και αναγνώριση των πιθανών περιοχών διάδοσης, παρουσιάζονται οι ισοψείς των κύριων τάσεων (c) $\frac{\sigma_{xx}}{E_r}$ και (d) $\frac{\sigma_{zz}}{E_r}$ στο y-z επίπεδο μετά από πλήρη αποφόρτιση, όπως υπολογίστηκαν από την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων. Επιπλέον, το ελαστοπλαστικό όριο καθορίζεται με την διακεκομμένη γραμμή.

ΕΥΡΕΤΗΡΙΟ ΠΙΝΑΚΩΝ

3. Δισδιάστατες αναλύσεις (Μοντέλα απολύτως στερεά-πλαστικά)
 - 2.1 Αποτελέσματα ανάλυσης για τη γωνία διεισδυτή $\beta=10^\circ$
 - 2.2 Αποτελέσματα ανάλυσης για τη γωνία διεισδυτή $\beta=15^\circ$
 - 2.3 Αποτελέσματα ανάλυσης για τη γωνία διεισδυτή $\beta=30^\circ$
 - 2.4 Αποτελέσματα ανάλυσης για τη γωνία διεισδυτή $\beta=60^\circ$
 - 2.5 Αποτελέσματα ανάλυσης για τη γωνία διεισδυτή $\beta=65^\circ$
 - 2.6 Αποτελέσματα ανάλυσης για τη γωνία διεισδυτή $\beta=70.3^\circ$
 - 2.7 Αποτελέσματα ανάλυσης για τη γωνία διεισδυτή $\beta=80^\circ$
4. Μοντέλο P.R.Pasley, J.B.Cheatham,Jr
 - 4.1 Αποτελέσματα ανάλυσης πλαστικής ροής βραχιδών υλικών κάτω από άνευ τριβής διείσδυση
6. Ανάλυση της διείσδυσης κατά Κνοορ
(Αναλυτικά και Αριθμητικά αποτελέσματα)
 - 6.1 Μέτρο Ελαστικότητας, λόγος Poisson, αντοχές διαρροής, μετρημένη ακαμψία Vickers, σκληρότητα Vickers και Κνοορ για διάφορα υλικά
Αποτελέσματα υπολογισμών
 - 6.2 Παράγοντες α_k για τους διεισδυτές Berkovich και Corner Cube
 - 6.3 Μεταβολή της παραμένουσας σ_{max} για διάφορες παραμέτρους του προβλήματος
 - 6.4 Μεταβολή του ορίου πλαστικής ζώνης για διάφορες παραμέτρους του προβλήματος
 - 6.5 Υπολογισθείσα τάση διαρροής με μηδενικό πορώδες (σ_{yo}) και μέση πίεση διείσδυσης p_{av} από πειραματικές μετρήσεις.Σύγκριση τιμών συνο
 - 6.6 Αποτελέσματα υπολογισμών
 - 6.7 Παράγοντες α_k για τους διεισδυτές Berkovich και Corner Cube
 - 6.8 Σύγκριση τιμών συνοχής με μετρηθείσες τιμές
 - 6.9 Αποτελέσματα της ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων για τη διείσδυση κατά Κνοορ
 - 6.10 Τα υπό εξέταση υλικά και οι αναφερόμενες μηχανικές ιδιότητες (Paramichos et al. 2004)
 - 6.11 Σύγκριση των υπολογισμών και πειραματικών τιμών σκληρότητας Κνοορ.
7. Μοντέλο αφρώδους πλαστικότητας (Foam model)
 - 7.1 Προβλέψεις κανονικοποιημένης μέσης πίεσης από Fleck et al. (1992)
 - 7.2 Αποτελέσματα πεπερασμένων στοιχείων για foam πλαστικότητα (κώνος 70.3°)
8. Υλικά, πειραματικές διατάξεις και μέθοδοι
 - 8.1 Υλικά που χρησιμοποιήθηκαν στις δοκιμές και οι μηχανικές ιδιότητές τους
 - 8.2 Υλικά και μέγεθος κόκκων

8.3 Εκλυόμενη θερμική ενέργεια ενυδάτωσης (Cal/gr) των χημικών ενώσεων του τσιμέντου

9. Αποτελέσματα μετρήσεων

- 9.1 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (β') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Tuffeau de Maastricht Chalk
- 9.2 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (β') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Pietra di Lecce Limestone
- 9.3 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (β') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Pietra di Vicenza Limestone
- 9.4 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (β') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Sander Sandstone
- 9.5 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (β') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Grunnes
- 9.6 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (β') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Portland Island Limestone.
- 9.7 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (β') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Gioia
- 9.8 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (β') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Lorano Marble
- 9.9 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (β') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Dionysos Marble
- 9.10 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (β') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Serena Sandstone
- 9.11 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (β') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Cement paste
- 9.12 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Tuffeau de Maastricht Chalk με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall)
- 9.13 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Pietra di Lecce Limestone με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall)
- 9.14 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Pietra di Vicenza Limestone με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall)
- 9.15 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Sander Sandstone με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall)
- 9.16 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Grunnes με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall)
- 9.17 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Portland Island Limestone με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall)
- 9.18 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Gioia με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall)

- 9.19 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Lorano Marble με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall)
- 9.20 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Dionysos Marble με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall)
- 9.21 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Serena Sandstone με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall)
- 9.22 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Cement paste με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall)
- 9.23 Μέση τιμή σκληρότητας και αριθμός διεισδύσεων
- 9.24 Μέσος όρος μέτρου ελαστικότητας για τις διάφορες τιμές του παράγοντα α
- 9.25 Συγκεντρωτικός πίνακας μέτρου ελαστικότητας και σύγκριση με τις πραγματικές τιμές

ΜΕΡΟΣ Α΄

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

1 Εισαγωγή

1.1 Ορισμός του προβλήματος

Η αυξανόμενη χρήση νέων υλικών (κυρίως σύνθετων), η ιδιαίτερα πολύπλοκη μηχανική συμπεριφορά τους, η μεταβαλλόμενη συμπεριφορά τους στον χρόνο και η αλληλεπίδρασή τους με το περιβάλλον, επιβάλλουν γρήγορη και επαρκή εκτίμηση των μηχανικών ιδιοτήτων, τόσο κατά την παραγωγή τους όσο και κατά την εφαρμογή τους. Κύριος στόχος της εργασίας είναι η εξακρίβωση των μηχανικών ιδιοτήτων διαφόρων υλικών όπως σκληρότητα, μέτρο ελαστικότητας κ.α.. Διευκρινίζεται ότι με βάση την τεχνολογία της διείσδυσης, γίνεται προσπάθεια διερεύνησης σε ένα εύρος υλικών. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η μηχανική ομοιότητα του τσιμέντου με πολλά εδαφικά υλικά, αλλά και με κεραμικά υλικά που είναι ευαίσθητα στην υδροστατική πίεση.

Η κεντρική ιδέα είναι ότι έχοντας γνωστή την πίεση και μετρώντας το αποτύπωμα του διεισδυτή πάνω στο δοκίμιο, αλλά και με το συνδυασμό ακόμη και δύο διαφορετικών διεισδυτών, μπορούμε να μετατρέψουμε τα μετρητικά αυτά δεδομένα σε μηχανικές ιδιότητες του υλικού στο οποίο γίνεται η διείσδυση. Τονίζεται ότι οι λύσεις δεν είναι εμπειρικές, ούτε βασίζονται στο πλήθος πειραματικών δεδομένων, αντιθέτως είναι πλήρως στηριζόμενες σε θεωρητικές και επιστημονικά τεκμηριωμένες επιλύσεις του προβλήματος. Οι μέθοδοι που παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία θα μπορούσαν να συνεισφέρουν συν τοις άλλοις στην αναβάθμιση του ποιοτικού ελέγχου βιομηχανικών προϊόντων όπως τσιμεντοειδή υλικά, τσιμεντοκονιάματα, σύνθετα υλικά, υλικά οδοποιίας (μελέτη οδοστρωμάτων), οδοντοτεχνική και νανοτεχνολογία, αλλά και στον σχεδιασμό νέων προϊόντων με πολύ βελτιωμένες αποδόσεις και συμπεριφορές. Πλεονέκτημα της τεχνικής της διείσδυσης έναντι των κλασσικών μεθόδων είναι η ταχύτητα, το μικρό κόστος, η ασφάλεια, οι μικρές απαιτήσεις στην ποσότητα του δοκιμαζόμενου υλικού και η μικρή απαίτηση εκπαίδευσης των χειριστών.

1.2 Εφαρμογές

1.2.1 Ορυκτός Πλούτος

Πλήθος ερευνών καταδεικνύουν πως η Ελλάδα έχει πλούσιο ορυκτό πλούτο και σημαντικά κοιτάσματα υδρογονανθράκων. Η άμεση εφαρμογή της έρευνας αυτής βρίσκει έδαφος στην εξόρυξη του πετρελαίου. Τα γεωτρύπανα που τρυπούν το έδαφος δεν είναι δυνατό να αντιστοιχούν επ'ακριβώς στις ιδιότητες του εδαφικού υλικού. Με βάση την προτεινόμενη τεχνολογία είναι δυνατό να διερευνηθούν χαρακτηριστικά του εδάφους τα οποία θα ήταν χρονοβόρο και αρκετά δύσκολο να μετρηθούν σε απομακρυσμένα και εξειδικευμένα εργαστήρια (Ηνωμένες Πολιτείες

Αμερικής). Με τη βοήθεια της παρούσας έρευνας μπορούμε να υπολογίζουμε ιδιότητες όπως μέτρο ελαστικότητας, γωνία διατμητικής αντοχής και συνοχή και μάλιστα στο πεδίο (εργοτάξιο).



Σχήμα 1.1 Γεωτρύπανο (1), (Αθανασίου 2004)



Σχήμα 1.2 Γεωτρύπανο (2), (Αθανασίου 2004)

1.2.2 Ιστορικά Μνημεία

Τα αρχαιολογικά μνημεία όπως και τα ιστορικά κτήρια αποτελούν την πολιτιστική κληρονομιά μίας σύγχρονης κοινωνίας. Τα παραπάνω όπως και τα έργα τέχνης που βρίσκονται στο πεδίο (γλυπτά κ.α.) υπόκεινται σε φθορές εξαιτίας του χρόνου, των καιρικών συνθηκών αλλά και του επιβαρυσμένου αστικού περιβάλλοντος. Οι αρχές και οι αρμόδιες αρχαιολογικές υπηρεσίες αναζητούν σύγχρονες μεθόδους για την αποκατάσταση των φθαρμένων μνημείων, χωρίς να προκαλούν περαιτέρω ζημιές στα μνημεία και κατά το δυνατό αποτελεσματικές πρακτικές, δηλαδή παρεμβάσεις που θα κρατήσουν για χρόνια και όχι πρόσκαιρες. Μάλιστα, η τεχνική της διείσδυσης (κατά Κνοορ εν προκειμένω), είναι μία μέθοδος που μπορεί να μας δώσει πληροφορίες για τη σκληρότητα, το βαθμό καταστροφής των φυσικών και τεχνητών δομικών υλικών. Θα μπορούσε στο μέλλον να κατασκευαστεί μία φορητή συσκευή

μέτρησης διείσδυσης ώστε να παρέχει πολύτιμες πληροφορίες στους ενδιαφερόμενους επιστήμονες για τα δομικά υλικά σπουδαίων μνημείων επι τόπου.



Σχήμα 1.3 Ακρόπολη, Αθήνα, (Αθανασίου 2010)

1.2.3 Κατασκευές

Το τσιμέντο από την άλλη, είναι ένα από τα πιο διαδεδομένα υλικά στις κατασκευές του Πολιτικού Μηχανικού. Η σπουδαιότητά του δεν χρειάζεται να αποδειχθεί, αρκεί να αναλογιστούμε ότι το τσιμέντο είναι αναπόσπαστο συστατικό του σκυροδέματος και πολλών άλλων κονιαμάτων. Επίσης στον Ελληνικό χώρο, σημαντικές Βιομηχανίες δραστηριοποιούνται στην παραγωγή τσιμέντου, και υλικών που έχουν ως βάση το τσιμέντο όπως προκατασκευασμένα στοιχεία κ.α.. Ταυτόχρονα, μεγάλες κατασκευαστικές εταιρίες είναι αποδέκτες των προαναφερθέντων υλικών.



Σχήμα 1.4 Κατασκευή σήραγγας, (Αθανασίου 2004)

1.2.4 Βιομηχανία - Στρατιωτικοί σκοποί

Τέλος, στον Ευρωπαϊκό χώρο, ισχυρές Βιομηχανίες δραστηριοποιούνται στην μικρο-ηλεκτρονική, στα αυτοκίνητα, στην παραγωγή ενέργειας, στην αεροναυπηγική, στην ενέργεια και σε αμυντικούς μηχανισμούς. Στις εφαρμογές και στα τελικά προϊόντα χρησιμοποιούνται προχωρημένα υλικά όπως μαγνητοελαστικά, νανοςύνθετα, λεπτοί υμένες πολυμερών, κεραμικά κ.α. Τα περισσότερα από αυτά τα υλικά δεν είναι επαρκώς χαρακτηρισμένα, όσον αφορά τις μηχανικές τους ιδιότητες (ελαστικότητα, αντοχή, ανθεκτικότητα κλπ). Ιδιαίτερα προβλήματα παρουσιάζονται σε βάθος χρόνου, σχετιζόμενα με την αντοχή σε κόπωση. Η πιεστική ανάγκη άμεσης εφαρμογής νέων υλικών σε διαρκώς καινούργια προϊόντα και σε ευρείς (συχνά μη προβλεπόμενες) συνθήκες εφαρμογής γίνεται σε βάρος του επαρκούς χαρακτηρισμού των ιδιοτήτων των υλικών. Πολλές φορές τα αποτελέσματα είναι δυσμενή ως προς την αξιοπιστία και την διάρκεια ζωής των τελικών προϊόντων.



Σχήμα 1.5 Άρμα μάχης (www.limitofadvance.wordpress.com)

1.2.5 Περιβάλλον

Η τεχνολογία της διείσδυσης θα μπορούσε να βρει εφαρμογή σε υλικά όπως ραδιενεργά απόβλητα, ορυκτά υλικά που είναι δυνατή μόνον η εξ αποστάσεως επαφή, και να χαρακτηρισθούν ως προς τα μηχανικά χαρακτηριστικά. Η χρησιμότητα μίας τέτοιας εφαρμογής θα μπορούσε να αποδειχθεί σπουδαία για το περιβάλλον και την ανθρώπινη υγεία.



Σχήμα 1.6 Ραδιενεργά απόβλητα (www.fukushimaupdate.com)

2 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΔΙΑΡΡΟΗΣ, ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ ΚΑΙ ΣΥΜΒΑΣΕΙΣ

2.1 Κριτήρια διαρροής

Η μηχανική συμπεριφορά στερεών υλικών όπως η τσιμεντόπαστα μπορεί να μελετηθεί με τη βοήθεια ενός από τα διάφορα μοντέλα εδάφους. Ο πιο αποτελεσματικός τρόπος μελέτης των φαινομένων βασίζεται στην αντικατάσταση της πραγματικής μηχανικής συμπεριφοράς με ένα απλοποιημένο πρότυπο το οποίο εξαρτάται από ένα περιορισμένο αριθμό μεταβλητών, αντί να εξαρτάται από τον πολύ μεγάλο ή και άπειρο αριθμό μεταβλητών που χαρακτηρίζουν τα πραγματικά φαινόμενα. Τα κριτήρια θραύσης χρησιμοποιούνται γιατί είναι αδύνατο να μελετηθεί το στερεό όπως πραγματικά είναι σε όλη του την πολυπλοκότητα. Δυστυχώς δεν μπορεί να βρεθεί ένα κατάλληλο μοντέλο αρκετά γενικό, για να επιτρέψει την ανάλυση όλων των προβλημάτων που θέτει η μελέτη του στερεού.

Τα μοντέλα πρέπει να ικανοποιούν δύο βασικές προϋποθέσεις:

- Να επιτρέπουν μια καλή παράσταση των ιδιοτήτων του υλικού, στο πλαίσιο των προβλημάτων για τα οποία γίνονται.

- Να μπορεί να υπολογισθεί ή να εκτιμηθεί, με ικανοποιητική ακρίβεια, η τιμή των συντελεστών που εμφανίζονται στη μαθηματική μορφή του μοντέλου.

Για το έδαφος υπάρχουν μοντέλα που αναφέρονται μόνο στις τάσεις. Πρόκειται κατ'ουσία για κριτήρια θραύσεως. Υπάρχουν και μοντέλα που επιτρέπουν τη συσχέτιση των τάσεων και των παραμορφώσεων τόσο στην περίπτωση των στατικών όσο και των δυναμικών επιπονήσεων. Τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούνται ιδίως στους υπολογισμούς με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Οι κυριότερες δυσκολίες για την κατάρτιση ενός μοντέλου εδάφους είναι οι εξής:

- Τα προβλήματα του εδάφους είναι τρισδιάστατα. Πρέπει λοιπόν να χρησιμοποιούνται οι τανυστές τάσεων και παραμορφώσεων στη γενική τους μορφή.

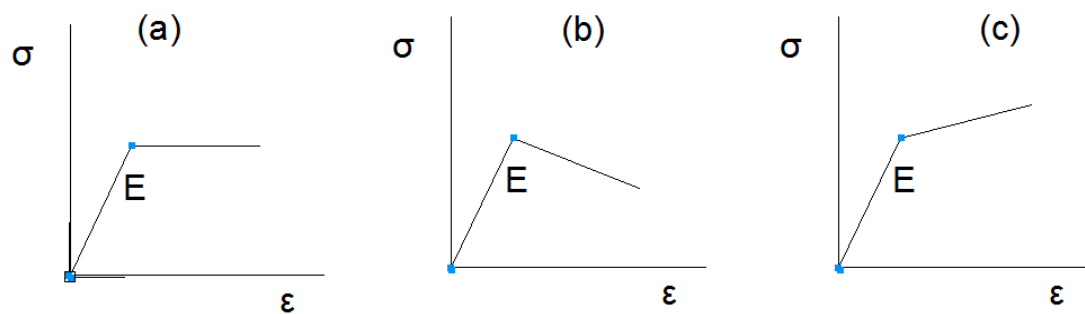
- Οι σχέσεις τάσεων και παραμορφώσεων δεν είναι απλές.

- Οι συνθήκες θραύσεως εξαρτώνται πολλές φορές από την ιστορία φόρτισης.

- Το έδαφος είναι ανομοιογενές και ανισότροπο. Αυτό έχει ως συνέπεια να μη μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι θεωρίες της κλίμακας και να είναι δύσκολο να χρησιμοποιηθούν οι τιμές των χαρακτηριστικών συντελεστών του μοντέλου.

Τέλος, μια σημαντική δυσκολία στη μελέτη των μοντέλων οφείλεται στο μεγάλο αριθμό τους και στο ότι δε δίνονται κάθε φορά με ακρίβεια και πληρότητα οι προϋποθέσεις για τις οποίες ισχύει κάθε ένα από αυτά.

Τα μοντέλα θραύσεως συνοδεύονται συχνά από τη σχέση κράτυνσης, δηλαδή μια σχέση τάσεων παραμορφώσεως που μπορεί να είναι ελαστική-τελείως πλαστική (a), ελαστοπλαστική με χαλάρωση (b) ή ελαστοπλαστική με κράτυνση (c).



Σχήμα 2.1 Διάγραμμα τάσεων-παραμορφώσεων ελαστικό-τελείως πλαστικό (a), ελαστοπλαστικό με χαλάρωση (b), ελαστοπλαστικό με κράτυνση (c).

2.1.1 Κριτήριο αστοχίας Tresca

Το κριτήριο Tresca είναι ένα από τα παλαιότερα κριτήρια αστοχίας, αφορά ισότροπα υλικά και χρησιμοποιείται σε μεταλλικά υλικά. Σύμφωνα με το κριτήριο, η διαρροή επέρχεται όταν η μέγιστη διατμητική τάση ξεπεράσει ένα άνω όριο R

$$\max \left(\frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2} |\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2} |\sigma_3 - \sigma_1| \right) = R \quad (2.1)$$

όπου $R = \frac{\sigma_t}{2}$ όπου σ_t η μέγιστη αντοχή σε μονοαξονικό εφελκυσμό

Το κριτήριο Tresca υπό όρους αναλλοίωτων I_1, J_2, θ διατυπώνεται ως ακολούθως

$$f(J_2, \theta) = 2\sqrt{J_2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) - \sigma_t = 0, \quad I_1 = \frac{\sigma_{ii}}{3} \quad (2.2)$$

Σημειώνεται ότι το κριτήριο είναι ανεξάρτητο από τη μέση υδροστατική πίεση και δε λαμβάνει υπόψη την επίδραση της τρίτης ενδιάμεσης κύριας τάσης.

2.1.2 Κριτήριο αστοχίας von Mises

Το κριτήριο von Mises αποτελεί μία κατά κάποιο τρόπο εξέλιξη του Tresca καθώς λαμβάνει υπόψη την τρίτη κύρια τάση όμως και αυτό είναι ανεξάρτητο από τη μέση υδροστατική πίεση.

$$f(J_2) = J_2 - R^2 = 0 \quad (2.3)$$

Όπου R η τάση διαρροής σε καθαρή διάτμηση.

2.1.3 Κριτήριο αστοχίας Rankine

Σύμφωνα με το κριτήριο Rankine, ένα σημείο του υλικού επέρχεται σε κατάσταση αστοχίας όταν η μέγιστη κύρια τάση γίνει ίση με την αντοχή σε μονοαξονικό εφελκυσμό. Το κριτήριο Rankine περιγράφεται ως

$$\sigma_1 = \sigma_t, \sigma_2 = \sigma_t, \sigma_3 = \sigma_t \quad (2.4)$$

όπου σ_t η αντοχή σε μονοαξονικό εφελκυσμό. Το κριτήριο Rankine μπορεί να περιγράψει καλά την αστοχία σε εφελκυσμό, υλικών με εσωτερική τριβή και συνοχή όχι όμως την αστοχία στη θλίψη. Για αυτό το λόγο συχνά χρησιμοποιείται σε εδαφικά υλικά σε συνδυασμό με άλλα κριτήρια διαρροής.

2.1.4 Κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb

Το κριτήριο Mohr-Coulomb αποτελεί μία γενικευμένη μορφή του κριτηρίου Tresca, καθώς και τα δύο κριτήρια θεωρούν ότι το υλικό θα αστοχήσει όταν ξεπεραστεί μία κρίσιμη διατμητική τάση. Στο κριτήριο Mohr-Coulomb ωστόσο, η κρίσιμη διατμητική τάση αυξάνεται γραμμικά με την αύξηση της υδροστατικής πίεσης. Η ποσότητα c ονομάζεται συνοχή και η γωνία ϕ ονομάζεται γωνία εσωτερικής τριβής. Η σχέση που συνδέει την ορθή και διατμητική τάση που δρουν επί της επιφάνειας αστοχίας έχει ως ακολούθως:

$$\tau = c - \sigma \tan \phi \quad (2.5)$$

Όπου τ η διατμητική τάση

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos \phi$$

και σ η ορθή τάση

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin \phi$$

Το κριτήριο Mohr-Coulomb προβλέπει επαρκώς την αστοχία υλικών με εσωτερική τριβή και συνοχή και είναι το μοντέλο στο οποίο βασίζονται πολλές μέθοδοι και θεωρίες της κλασσικής Εδαφομηχανικής. Το κριτήριο Mohr-Coulomb χρησιμοποιείται στο σκυρόδεμα και σε γεωυλικά και αποτελεί μια ειδική περίπτωση του γενικότερου μοντέλου θραύσεως των Drucker-Prager.

2.1.5 Κριτήριο Drucker-Prager

Το κριτήριο Drucker-Prager συμπεριλαμβάνει τη μέση υδροστατική πίεση και θεωρεί μία γραμμική σχέση μεταξύ των αναλλοίωτων I_1 και J_2 κατά την αστοχία.

$$f(I_1, J_2) = aI_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (2.6)$$

Όπου α και k οι κατά Drucker-Prager παράμετροι του υλικού.

Το μοντέλο Mohr-Coulomb και von Mises αποτελεί υποπεριπτώση του γενικευμένου κριτηρίου Drucker-Prager, ανάλογα με τις τιμές που θα πάρουν οι παράμετροι που χαρακτηρίζουν ένα υλικό k και α.

Έτσι όταν α = 0 και k ≠ 0 μεταπίπτουμε στο μοντέλο von Mises της κλασικής πλαστικότητας μετάλλων. Το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager είναι ένα μοντέλο εξαρτώμενο από την υδροστατική πίεση που χρησιμοποιήθηκε αρχικά σε εδαφολικά ενώ βρίσκει εφαρμογή σε βραχώμαζες, σκυρόδεμα, πολυμερή, αφρώδη και άλλα υλικά ευαίσθητα στην υδροστατική πίεση.

2.1.6 Κριτήριο Menetrey-Willam

Το κριτήριο Menetrey-Willam αναπτύχθηκε αρχικά για να περιγράψει το σκυρόδεμα. Ο μεσημβρινός της θλίψης περιγράφεται από την παραβολική εξίσωση του κριτηρίου Hoek-Brown με μία μικρή τροποποίηση. Το σχήμα στο αποκλίνον επίπεδο δίνεται από μία παραλλαγή της ελλειπτικής εξίσωσης του κριτηρίου Willam-Warnke. Έχει τρεις παραμέτρους και ορίζεται ως:

$$f(\xi, \rho, \theta) = \left[\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\rho}{\sigma_c} \right]^2 + m \left[\frac{\rho}{\sqrt{6}\sigma_c} r(\theta, e) + \frac{\xi}{\sqrt{3}\sigma_c} \right] - c = 0$$

Με σ_c την αντοχή σε μονοαξονική θλίψη, m παράμετρος εσωτερική τριβής και c η συνοχή. Η ελλειπτική συνάρτηση r(θ, e) ορίζεται ως

$$r(\theta, e) = \frac{4(1 - e^2)\cos^2\theta + (2e - 1)^2}{2(1 - e^2)\cos\theta + (2e - 1)[4(1 - e^2)\cos^2\theta + 5e^2 - 4e]^{1/2}}$$

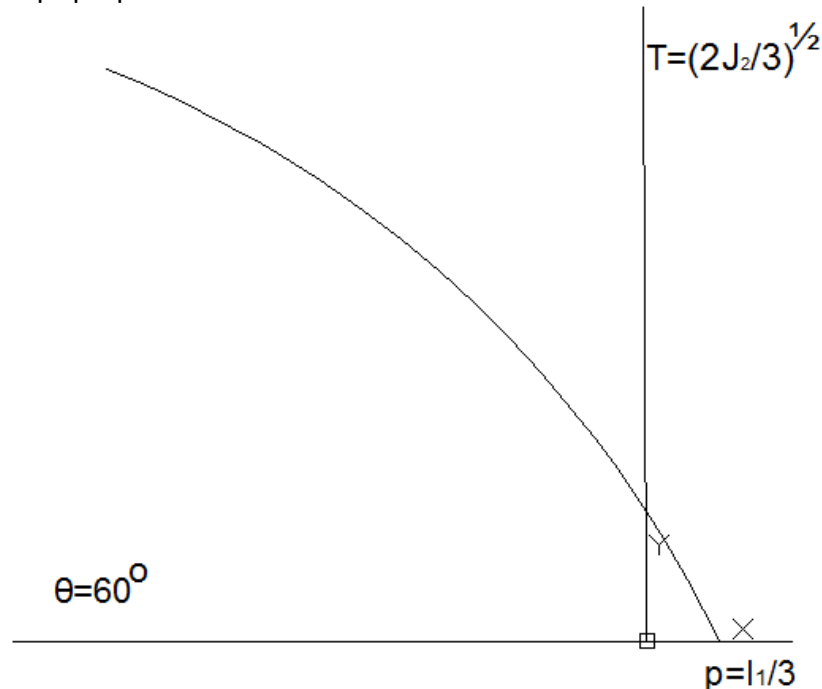
Όπου e η εκκεντρότητα που περιγράφει την απόκλιση του ίχνους της επιφάνειας αστοχίας στο αποκλίνον επίπεδο από το κυκλικό σχήμα. Η επιφάνεια αστοχίας παραμένει ομαλή και κυρτή εφόσον

$$\frac{1}{2} < e \leq 1$$

Το όριο $e=1$ περιγράφει το κυκλικό ίχνος στο αποκλίνον επίπεδο. Το όριο $e=1/2$ περιγράφει ένα ισόπλευρο τρίγωνο με μη ομαλές κορυφές, συνεπώς θα πρέπει να εξαιρεθεί από το εύρος τιμών. Οι παράμετροι m και c εκφράζονται με συναρτήσεις αντοχής σε μονοαξονική θλίψη σ_c και μονοαξονικό εφελκυσμό σ_t .

$$c = 1, \quad m = 3 \frac{\sigma_c^2 - \sigma_t^2}{\sigma_c \sigma_t} \frac{e}{e + 1}$$

Το σχήμα των μεσημβρινών στο επίπεδο p - T είναι παραβολές. Η επιφάνεια αστοχίας είναι ομαλή και κυρτή εκτός από την κορυφή του αντιστοιχεί στην αντοχή σε υδροστατικό εφελκυσμό. Τελικά, παρόλο που το μοντέλο βασίζεται εν μέρει στο κριτήριο Hoek-Brown, λαμβάνει υπόψη την επίδραση της ενδιάμεσης κύριας τάσης μέσω της παραμέτρου e .



Σχήμα 2.2 Κριτήριο αστοχίας Menetrey-Willam

2.2 Συμβάσεις

Στην παρούσα εργασία, θεωρείται πως το υλικό είναι ισότροπο τόσο ελαστικά όσο και πλαστικά. Επίσης οι θλιπτικές τάσεις θεωρούνται αρνητικές και οι εφελκυστικές θετικές. Η έννοια της τροπής υποδηλώνει ανοιγμένη παραμόρφωση, ενώ οι παραμορφώσεις θεωρούνται απειροελάχιστες. Ανάλογα με τις τάσεις, οι παραμορφώσεις που τείνουν να μειώσουν τα μήκη των πλευρών του υλικού (μειώνεται ο όγκος του υλικού) θα θεωρούνται αρνητικές και το αντίστροφο. Όσον αφορά την σύμβαση των δεικτών των τανυστών, υιοθετήθηκε η σύμβαση άθροισης του Einstein, δηλαδή ένας δείκτης που επαναλαμβάνεται δυο φορές σε ένα μονώνυμο υποδηλώνει άθροιση ως προς αυτόν τον δείκτη. Τέλος, για το σύνολο των εξισώσεων που ακολουθούν θεωρείται η σύμβαση:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (2.7)$$

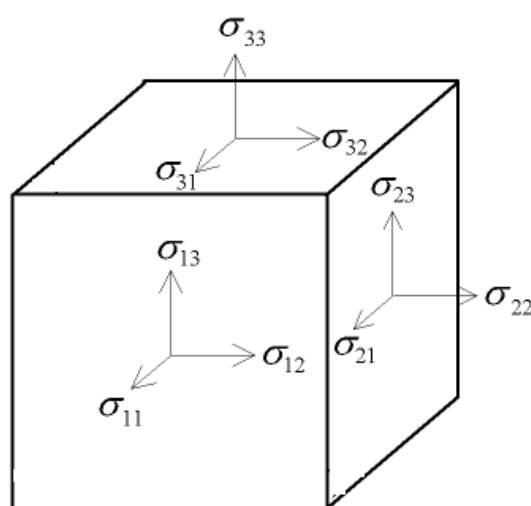
Όπου σ_i , $i=1,2,3$ είναι οι κύριες τάσεις.

2.3 Τανυστής τάσεων και αναλοιώτες

Θεωρούμε τον συμμετρικό τανυστή των τάσεων σε καρτεσιανή μορφή σε σύστημα αξόνων x_1, x_2, x_3 . Έστω ένα στερεό σώμα που ισορροπεί υπό την επίδραση εξωτερικών δυνάμεων και δυνάμεων πεδίου και που παρουσιάζει μικρές παραμορφώσεις. Η εντατική κατάσταση ενός σημείου εντός του σώματος και για δεδομένο σύστημα συντεταγμένων μπορεί να περιγραφεί από τον συμμετρικό τανυστή δεύτερης τάξης κατά Cauchy.

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

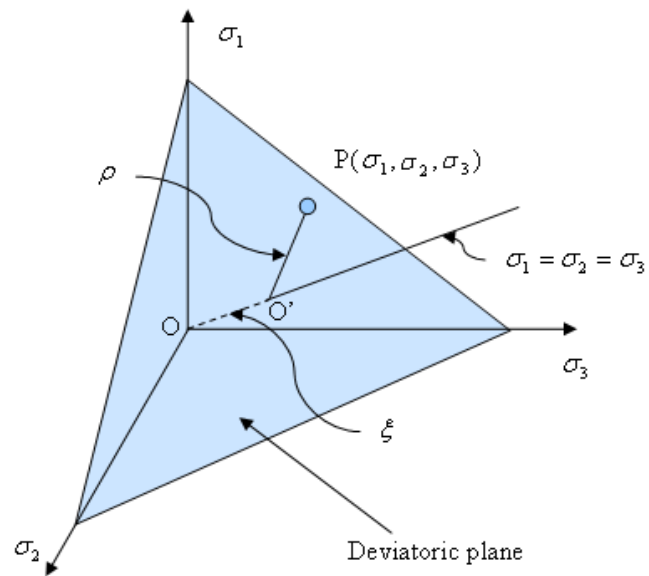
Τα στοιχεία του τανυστή σ_{ij} είναι οι τάσεις που αντιστοιχούν στις πλευρές ενός στοιχειώδους όγκου που απεικονίζει το σημείο και περιλαμβάνουν τόσο ορθές αλλά και διατμητικές τάσεις (Σχήμα 2.3).



Σχήμα 2.3 Γεωμετρική απεικόνιση του τανυστή των τάσεων

Λόγω της ισορροπίας ροπών ως προς τους άξονες x_i του συστήματος συντεταγμένων ισχύει ότι $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. Οι δείκτες i, j παίρνουν 1 έως 3 και δηλώνουν τις τρεις κατευθύνσεις του δεξιόστροφου συστήματος συντεταγμένων.

Όταν η εντατική κατάσταση αναφέρεται σε σύστημα κυρίων αξόνων, τότε η εντατική κατάσταση μπορεί να αναπαρασταθεί γεωμετρικά σε ένα καρτεσιανό χώρο, τον λεγόμενο χώρο κυρίων τάσεων κατά Haigh-Westergaard.



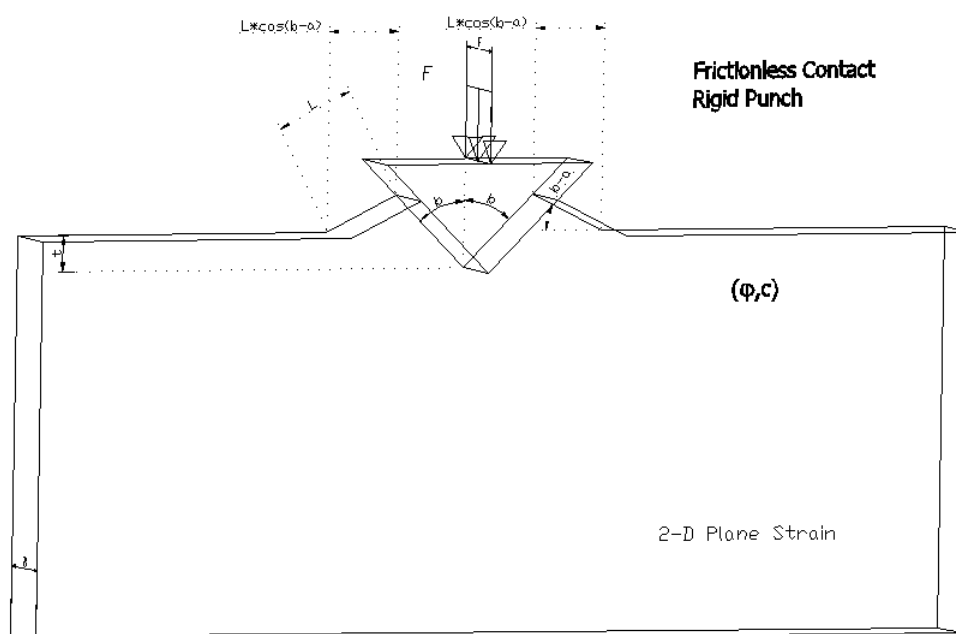
Σχήμα 2.4 Χώρος των κύριων τάσεων Haigh-Westergaard (autocad.com)

3 ΔΙΣΔΙΑΣΤΑΤΕΣ ΑΝΑΛΥΣΕΙΣ (Μοντέλα απολύτως στερεά-πλαστικά)

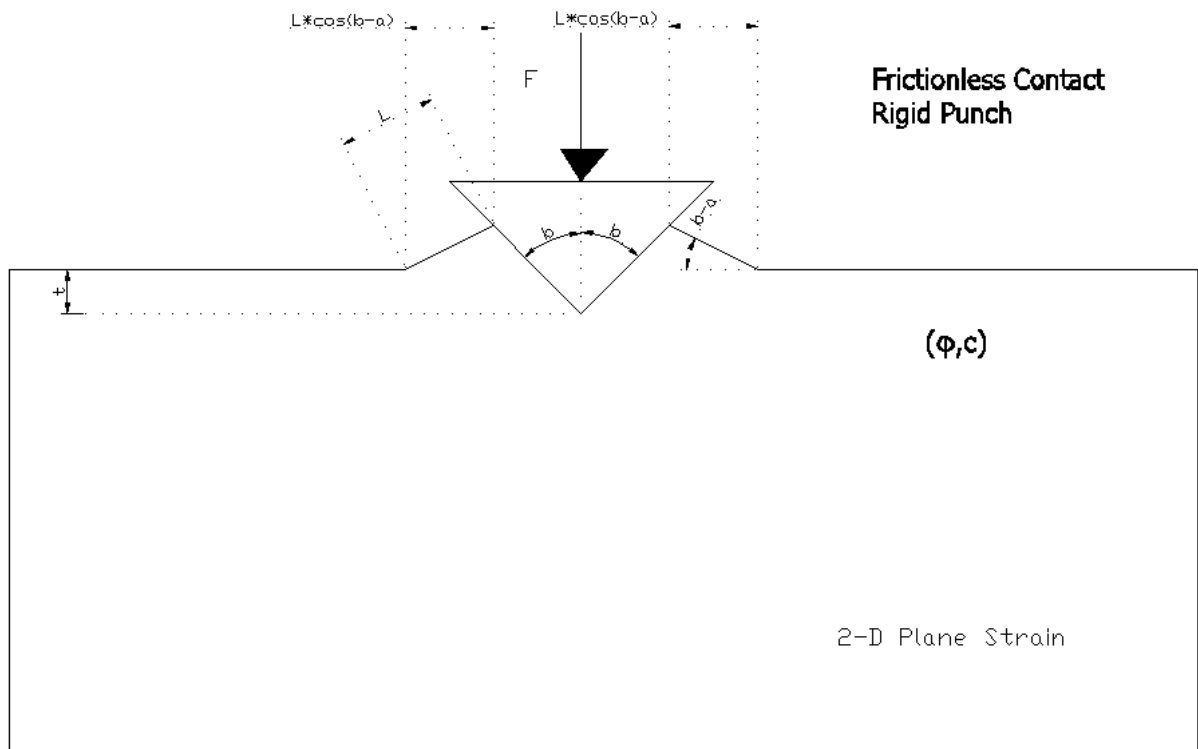
3.1.Εισαγωγή

Το πρώτο μοντέλο που αναπτύχθηκε βασίστηκε στην εργασία του Shield (Shield R.T., 1953). Πιο συγκεκριμένα εφαρμόζοντας μία συνθήκη τάσης-παραμόρφωσης για ένα ιδεατό στερεό, αυτό αποκτά εξισώσεις ταχύτητας, που περιγράφουν τις χαρακτηριστικές γραμμές διαρροής σε προβλήματα επίπεδης έντασης. Τα αποτελέσματα εφαρμόζονται για να εκτιμηθεί ένα πρωταρχικό πεδίο ταχυτήτων που προκύπτει από τη διείσδυση σε μία ημιάπειρη μάζα εδαφικού υλικού. Η διείσδυση πραγματοποιείται με τη βοήθεια μίας λείας, άκαμπτης και άνευ τριβής φρέζας, γωνίας 2β , κάτω από συνθήκες επίπεδης έντασης σε υλικά με την προϋπόθεση ότι η υπάρχει συνοχή του εδάφους ($c \neq 0$). Το μοντέλο αυτό αγνοεί τις ελαστικές τροπές.

3.2.Γεωμετρική περιγραφή

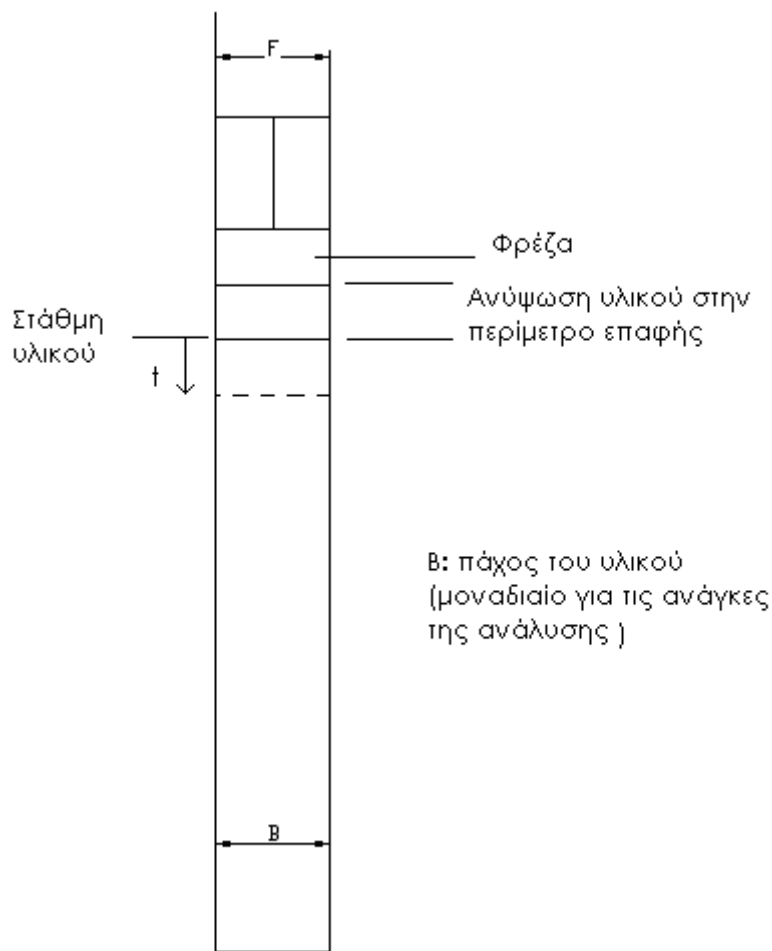


Σχήμα 3.1 Γεωμετρία του μοντέλου



Σχήμα 3.2 Πλάγια όψη της γεωμετρίας του μοντέλου

Η μηχανική απόκριση του υλικού βασίζεται στη θεωρία Mohr-Coulomb. Η οριζόντια προβολή της ανύψωσης του υλικού περιμετρικά του διεισδυτή είναι $L \cdot \cos(\beta - \alpha)$, όπου L είναι το μήκος της ανύψωσης στην ελεύθερη επιφάνεια δίπλα στον διεισδυτή. Η προβολή αυτή είναι μετρήσιμο μέγεθος και θα το χρησιμοποιήσουμε στην παρούσα μεθοδολογία. Η γωνία α που εμφανίζεται στους αναλυτικούς πίνακες, αποτελεί μία εσωτερική γωνία της γεωμετρίας της επιφάνειας διαρροής που προτείνει το μοντέλο. Οι εξωτερικές διαστάσεις του δοκιμίου πρέπει να είναι πολύ μεγαλύτερες (τουλάχιστον τρεις φορές) από το $L \cdot \cos(\beta - \alpha) + 2t \cdot \tan \beta$ και από το $t + L \sin(\beta - \alpha)$ για να εξασφαλίσουμε την υπόθεση του ημιάπειρου χώρου (t είναι η κατακόρυφη βύθιση της φρέζας από την αρχική επιφάνεια-στάθμη του υλικού). Στην ανάλυση που ακολουθεί, συμπληρώνουμε την υπάρχουσα θεωρία και αναδιατάσσουμε τις εξισώσεις του προβλήματος έτσι ώστε να μπορούμε να λύσουμε το αντίστροφο πρόβλημα (δηλαδή την εκτίμηση των σταθερών του υλικού ϕ και c με τον περιορισμό $c \neq 0$).



Σχήμα 3.3 Πλευρική τομή της γεωμετρίας του μοντέλου (επίπεδη παραμόρφωση)

3.3 Μαθηματική Περιγραφή

Οι παράμετροι του υλικού που εμπλέκονται στο πρόβλημα είναι η συνοχή c [N/m^2] (cohesion) και η γωνία διατμητικής αντοχής (friction angle) ϕ [degrees]. Η βύθιση του διεισδυτή ορίζεται ως t [m] και α [deg] είναι μία εσωτερική γωνία της γεωμετρίας του προβλήματος. Η γωνία 2β αποτελεί την γωνία του δισδιάστατου διεισδυτή, ενώ ως F [N/m] περιγράφεται η ανά μέτρο μήκους δύναμη που σκείται από το διεισδυτή. Η P [N/m^2] περιγράφει την πλευρική πίεση που αναπτύσσεται στο υλικό και πιο συγκεκριμένα στην περιοχή που ανυψώνεται εκατέρωθεν του διεισδυτή (pile-up area), ενώ L είναι το πλευρικό μήκος της επιφάνειας του υλικού που ανυψώνεται και $L \cdot \cos(\beta - \alpha)$ είναι η οριζόντια προβολή της ανυψωμένης επιφάνειας εδάφους. Όλα όσα περιγράφονται παραπάνω φαίνονται αναλυτικά στα Σχήματα 3.1 έως 3.2.

Αρχικά για την εκτίμηση των μηχανικών χαρακτηριστικών, συνοχή c και γωνία διατμητικής αντοχής ϕ , θα πρέπει να αποφασίσουμε σχετικά με τη γεωμετρία του διεισδυτή και συγκεκριμένα για τη γωνία 2β . Στα πλαίσια της εργασίας ερευνήσαμε τις αποκρίσεις του προς μελέτη υλικού για διάφορες γωνίες διεισδυτή όπως 30° , 60° , 70.3° και 80° μοίρες. Να θυμίσουμε ότι η γωνία 70.3° αποτελεί χαρακτηριστική τιμή καθώς η διπλάσιά της δηλαδή 140.6 είναι η γωνία διεισδυτή τύπου Vickers.

Έχοντας λοιπόν διάφορους τύπους δυδιάστατων διεισδυτών ερευνήσαμε την απόκριση του προς μελέτη υλικού. Για την επίτευξη της επίλυσης θα έπρεπε να δίνουμε συγκεκριμένες τιμές της γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ , όπως και κάναμε δίνοντας τιμές από 1 μοίρα έως 86 μοίρες, με βήμα 5 μοίρες. Με τη βοήθεια των σχέσεων 3.1, 3.2 και 3.3 προέκυψαν τα αποτελέσματα που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια.

Το επόμενο βήμα μετά την δοκιμή διείσδυσης δεν είναι άλλο από την παρατήρηση και μέτρηση του μήκους $L \cdot \cos(\beta - \alpha)$ που είναι η οριζόντια προβολή της ανυψωμένης επιφάνειας του υλικού όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.1. Αξίζει να πούμε ότι η διείσδυση για την οποία αναφερόμαστε υποθέτει ότι οι παραμορφώσεις που θα παρατηρούνται είναι κυρίως πλαστικές. Γνωστή παράμετρος του προβλήματος είναι βεβαίως η ανά μονάδα μέτρου δύναμη F [N/m] που επιβάλλεται από τον διεισδυτή.

Η ανάλυση ακολουθεί την μεθοδολογία των γραμμών ροής για μηχανική συμπεριφορά απολύτως στερεού-πλαστικού υλικού χωρίς κράτυνση (associative plasticity). Η σχέση που συνδέει τις παραμέτρους α , β και ϕ είναι η ακόλουθη:

$$\cos[2\beta - \alpha] = \frac{\cos[\alpha] \{ e^{\alpha \tan[\phi]} (\tan[\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}]) + e^{-\alpha \tan[\phi]} \tan[\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}] \}}{2 \sin[\alpha] + e^{\alpha \tan[\phi]} \tan[\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}] + e^{-\alpha \tan[\phi]} \tan[\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}]} \quad (3.1)$$

Η σχέση που συνδέει τα μεγέθη L , t , α και β είναι η ακόλουθη:

$$L = \frac{t}{e^{-\alpha \tan[\phi]} \tan[\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}] \cos[\beta] - \sin[\beta - \alpha]} \quad (3.2)$$

Τέλος αναπτύχθηκε η επόμενη σχέση που θα χρειαστεί στη συνέχεια.

$$\frac{F}{ct} = \frac{2\cot[\phi]\{e^{2a\tan[\phi]}(\tan[\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}])^2 - 1\}\sin[\beta]\tan[\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}]e^{-a\tan[\phi]}}{e^{-a\tan[\phi]}\tan[\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}]\cos[\beta] - \sin[\beta - \alpha]} \quad (3.3)$$

Ακολούθως η σχέση που συνδέει την πίεση διείσδυσης με τις γωνίες ϕ και α είναι:

$$\frac{p}{c} = \cot\phi \left\{ e^{2a\tan\phi} \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) - 1 \right\} \quad (3.4)$$

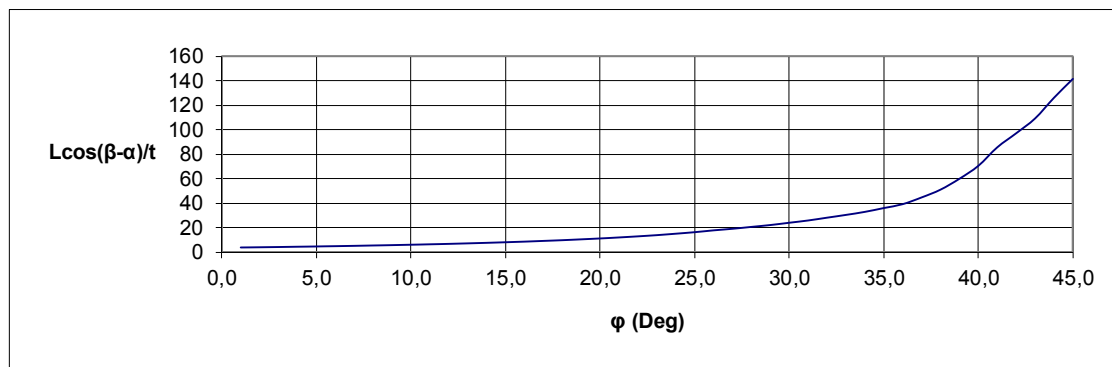
Ας σημειωθεί πως το εύρος επαφής α (σε κάτοψη) είναι $\frac{t}{a} = \frac{\sin\beta}{L/t}$ και η μέση πίεση όπως αποκαλύπτεται από κάτοψη της παραμορφωμένης επιφάνειας είναι $\frac{p_{av}}{c} = \frac{F}{2ac}$ όπου $\frac{F}{2ac} = \frac{t}{a} \frac{F/ct}{2}$.

3.4.Αποτελέσματα

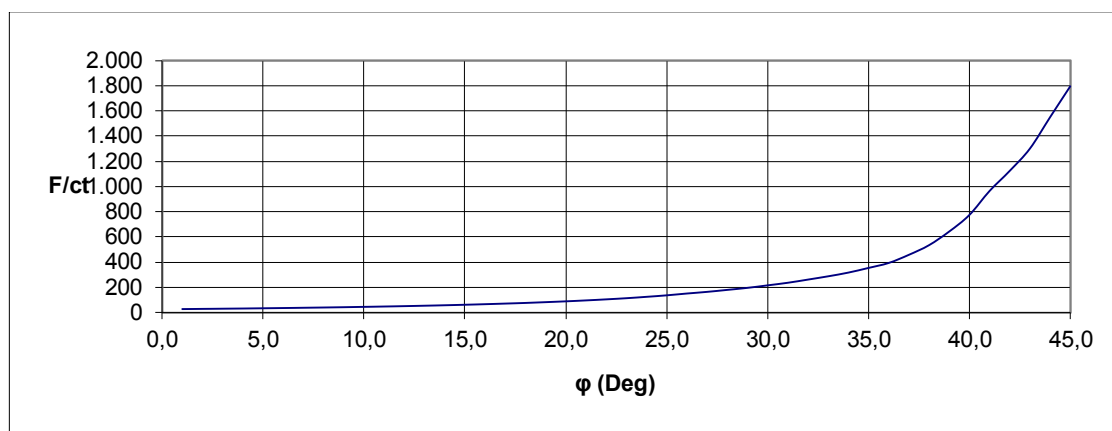
Οι Πίνακες 3.1 έως 3.5 περιλαμβάνουν τα αποτελέσματα των υπολογισμών των μεγεθών $L*\cos(\beta-\alpha)/t$ και F/ct . Ο τρόπος με τον οποίο πρακτικά εκτιμούμε την συνοχή c και τη γωνία διατμητικής αντοχής ϕ είναι ο ακόλουθος. Με τη βοήθεια του πρώτου διαγράμματος (Σχήμα 3.4) και αφού μετρηθεί το αποτύπωμα στο δοκίμιο $L*\cos(\beta-\alpha)/t$ (t βάθος διείσδυσης και $L*\cos(\beta-\alpha)$ η οριζόντια προβολή της ανυψωμένης επιφάνειας όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.1) υπολογίζεται η γωνία διατμητικής αντοχής ϕ . Με τη βοήθεια του δεύτερου διαγράμματος (Σχήμα 3.5) και γνωστή πλέον την γωνία ϕ του υλικού, και την F (N/m) δύναμη που θα εξασκηθεί από τον διεισδυτή, υπολογίζεται το δεύτερο ζητούμενο μέγεθος, η συνοχή c [N/ m²]. Μάλιστα εφαρμόζοντας την ίδια διαδικασία ελέγχονται τα μεγέθη c και ϕ έχοντας εξασφαλίσει διαφορετική γωνία διείσδυσης β όπως $10^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 65^\circ, 70.3^\circ$ και 80° .

Πίνακας 3.1 Αποτελέσματα ανάλυσης για γωνία $\beta=10^\circ$

ϕ (deg)	α (deg)	$L \cdot \cos(\beta - \alpha)/t$	F/ct	L/t	t/α	$F/2ac$
1	13.2	0.980	0.841	0.982	0.177	0.074
2	13.2	1.000	0.859	1.001	0.173	0.074
3	13.3	1.020	0.877	1.021	0.170	0.075
4	13.3	1.039	0.895	1.041	0.167	0.075
5	13.4	1.059	0.913	1.061	0.164	0.075
6	13.5	1.079	0.931	1.081	0.161	0.075
7	13.5	1.099	0.951	1.101	0.158	0.075
8	13.6	1.119	0.972	1.121	0.155	0.075
9	13.6	1.139	0.992	1.141	0.152	0.076
10	13.7	1.158	1.013	1.161	0.150	0.076
11	13.8	1.188	1.033	1.191	0.146	0.075
12	13.8	1.208	1.056	1.211	0.143	0.076
13	13.9	1.228	1.080	1.231	0.141	0.076
14	14.0	1.248	1.103	1.251	0.139	0.077
15	14.1	1.267	1.126	1.271	0.137	0.077
16	14.2	1.305	1.149	1.309	0.133	0.076
17	14.2	1.325	1.176	1.329	0.131	0.077
18	14.3	1.345	1.204	1.349	0.129	0.077
19	14.3	1.365	1.231	1.369	0.127	0.078
20	14.3	1.385	1.258	1.389	0.125	0.079
21	14.3	1.446	1.285	1.450	0.120	0.077
22	16.1	1.461	1.308	1.470	0.118	0.077
23	17.9	1.475	1.331	1.490	0.117	0.078
24	19.7	1.488	1.354	1.509	0.115	0.078
25	21.4	1.499	1.377	1.529	0.114	0.078
26	23.2	1.328	1.400	1.364	0.127	0.089
27	23.5	1.346	1.434	1.384	0.125	0.090
28	23.8	1.364	1.469	1.404	0.124	0.091
29	24.1	1.381	1.503	1.424	0.122	0.092
30	24.4	1.399	1.538	1.444	0.120	0.092
31	24.6	1.418	1.572	1.465	0.119	0.093
32	25.0	1.434	1.613	1.485	0.117	0.094
33	25.4	1.451	1.654	1.505	0.115	0.095
34	25.8	1.467	1.695	1.525	0.114	0.097
35	26,2	1.483	1.737	1.545	0.112	0.098
36	26,6	1.488	1.778	1.553	0.112	0.099
37	27.3	1.502	1.828	1.573	0,110	0.101
38	28.0	1.515	1.878	1.593	0.109	0.102
39	28.7	1.528	1.928	1.613	0.108	0.104
40	29.4	1.540	1.977	1.633	0.106	0.105
41	30.1	1.497	2.027	1.594	0.109	0.110
42	28.0	1.535	2.168	1.614	0.108	0,117
43	26.0	1.571	2.309	1.634	0.106	0.123
44	23.9	1.606	2.450	1.654	0.105	0.129
45	21.8	1.638	2.591	1.674	0.104	0.134



Σχήμα 2.4 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεσδυτή $\beta=10^\circ$

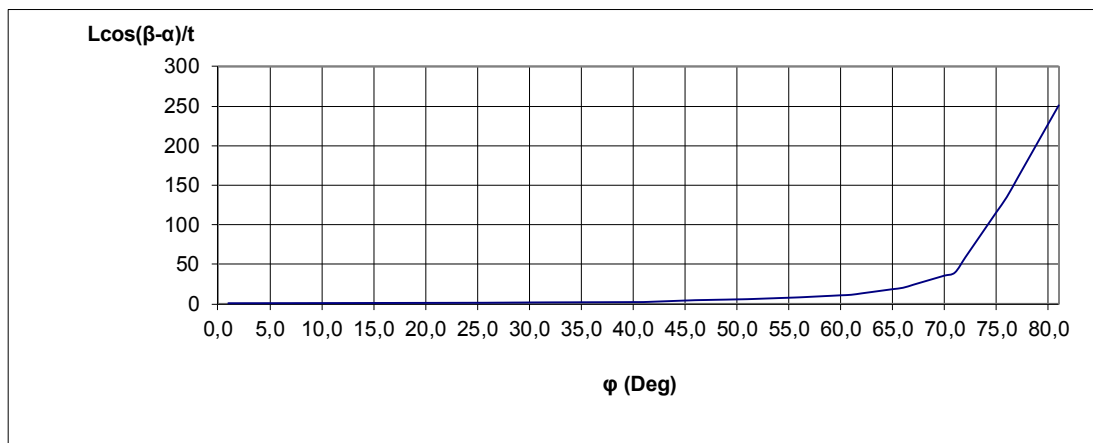


Σχήμα 2.5 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεσδυτή $\beta=10^\circ$

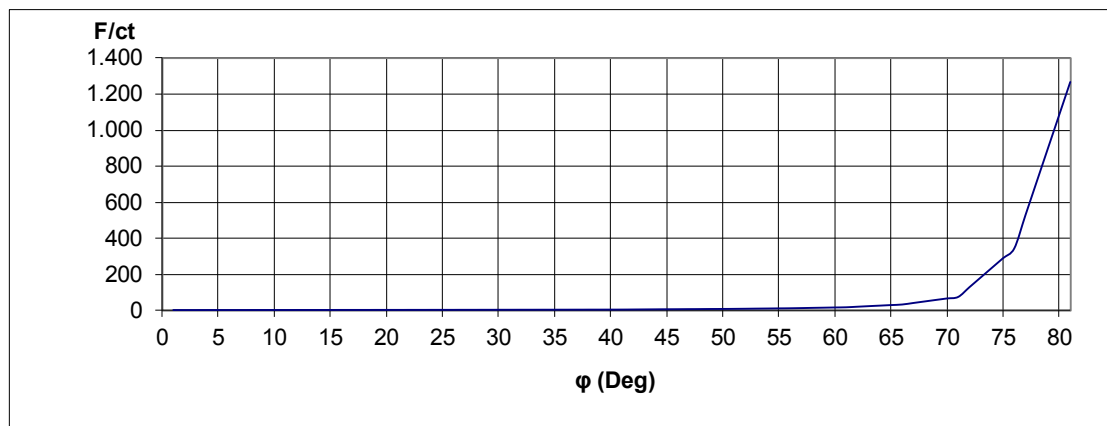
Πίνακας 3.2 Αποτελέσματα ανάλυσης για γωνία $\beta=15^\circ$

ϕ (deg)	α (deg)	$L*\cos(\beta-\alpha)/t$	F/ct	L/t	t/α	$F/2\alpha c$
1	20.6	0.956	1.352	0.960	0.270	0.182
2	20.7	0.975	1.382	0.980	0.264	0.183
3	20.9	0.994	1.413	1.000	0.259	0.183
4	21.0	1.014	1.444	1.019	0.254	0.183
5	21.1	1.033	1.474	1.039	0.249	0.184
6	21.2	1.052	1.505	1.059	0.244	0.184
7	21.3	1.075	1.540	1.081	0.239	0.184
8	21.3	1.097	1.575	1.104	0.234	0.185
9	21.4	1.120	1.610	1.127	0.230	0.185
10	21.4	1.142	1.645	1.149	0.225	0.185
11	21.5	1.164	1.681	1.172	0.221	0.186
12	21.5	1.189	1.721	1.197	0.216	0.186
13	21.6	1.214	1.761	1.222	0.212	0.187
14	21.7	1.239	1.802	1.247	0.208	0.187
15	21.7	1.264	1.842	1.272	0.203	0.187
16	21.8	1.288	1.883	1.297	0.199	0.188
17	21.9	1.314	1.930	1.324	0.196	0.189
18	22.0	1.340	1.977	1.350	0.192	0.189
19	22.1	1.366	2.024	1.377	0.188	0.190
20	22.2	1.392	2.071	1.403	0.184	0.191
21	22.3	1.418	2.118	1.430	0.181	0.192
22	22.6	1.449	2.183	1.461	0.177	0.193
23	22.9	1.479	2.249	1.493	0.173	0.195

24	23.2	1.510	2.314	1.526	0.170	0.196
25	23.5	1.541	2.380	1.558	0.166	0.198
26	23.8	1.571	2.445	1.590	0.163	0.199
27	22.6	1.655	2.526	1.670	0.155	0.196
28	21.4	1.739	2.606	1.750	0.148	0.193
29	20.2	1.823	2.687	1.830	0.141	0.190
30	19.0	1.906	2.768	1.911	0.135	0.187
31	17.8	1.99	2.848	1.992	0.130	0.185
32	17.9	2.034	2.935	2.036	0.127	0.187
33	18.1	2.077	3.023	2.080	0.124	0.188
34	18.3	2.121	3.110	2.125	0.122	0.189
35	18.4	2.165	3.197	2.169	0.119	0.191
36	18.6	2.208	3.284	2.213	0.117	0.192
37	18.8	2.258	3.393	2.263	0.114	0.194
38	19.0	2.308	3.502	2.313	0.112	0.196
39	19.1	2.357	3.611	2.364	0.110	0.198
40	19.3	2.407	3.720	2.414	0.107	0.199
41	19.5	2.457	3.829	2.464	0.105	0.201
42	17.0	2.924	4.297	2.926	0.088	0.190
43	14.6	3.392	4.764	3.392	0.076	0.182
44	12.1	3.860	5.232	3.865	0.067	0.175
45	9.6	4.327	5.700	4.346	0.060	0.170
46	7.2	4.795	5.957	4.840	0.053	0.159
47	7.3	5.052	6.325	5.098	0.051	0.161
48	7.4	5.309	6.694	5.356	0.048	0.162
49	7.5	5.566	7.063	5.613	0.046	0.163
50	7.6	5.822	7.431	5.871	0.044	0.164
51	7.7	6.079	7.800	6.128	0.042	0.165
52	7.8	6.538	8.464	6.590	0.039	0.166
53	7.8	6.996	9.129	7.051	0.037	0.168
54	7.9	7.455	9.793	7.512	0.034	0.169
55	8.0	7.913	10.458	7.973	0.032	0.170
56	8.0	8.372	11.122	8.434	0.031	0.171
57	8.3	9.020	12.225	9.083	0.028	0.174
58	8.5	9.669	13.329	9.732	0.027	0.177
59	8.7	10.317	14.432	10.380	0.025	0.180
60	8.9	10.966	15.535	11.028	0.023	0.182
61	9.2	11.615	16.639	11.675	0.022	0.184
62	9.3	13.391	19.711	13.458	0.019	0.190
63	9.4	15.168	22.784	15.240	0.017	0.193
64	9.5	16.944	25.856	17.022	0.015	0.197
65	9.6	18.721	28.929	18.803	0.014	0.199
66	9.7	20.497	32.001	20.584	0.013	0.201
67	10.0	24.348	40.417	24.440	0.011	0.214
68	10.3	28.199	48.833	28.293	0.009	0.223
69	10.6	32.050	57.248	32.144	0.008	0.230
70	10.9	35.900	65.664	35.993	0.007	0.236
71	11.2	39.751	74.080	39.840	0.006	0.241
72	11.5	58.839	127.828	58.952	0.004	0.281
73	11.7	77.927	181.576	78.053	0.003	0.301
74	12.0	97.015	235.324	97.145	0.003	0.313
75	12.3	116.103	289.072	116.230	0.002	0.322
76	12.6	135.191	342.820	135.309	0.002	0.328
77	12.9	158.359	527.730	158.460	0.002	0.431
78	13.3	181.527	712.640	181.607	0.001	0.508
79	13.6	204.694	897.550	204.752	0.001	0.567
80	14.0	227.862	1.082.460	227.898	0.001	0.615
81	14.3	251.030	1.267.370	251.047	0.001	0.653



Σχήμα 2.6 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=15^\circ$

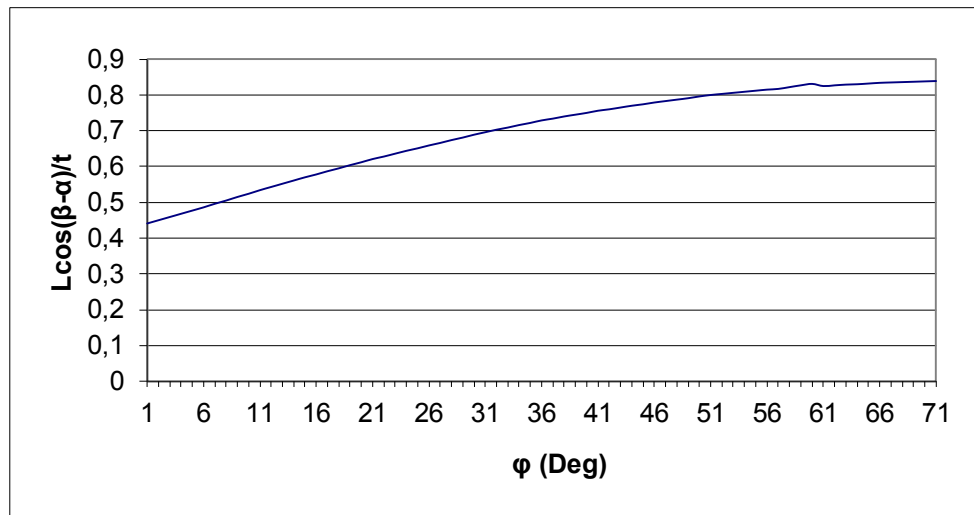


Σχήμα 2.7 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=15^\circ$

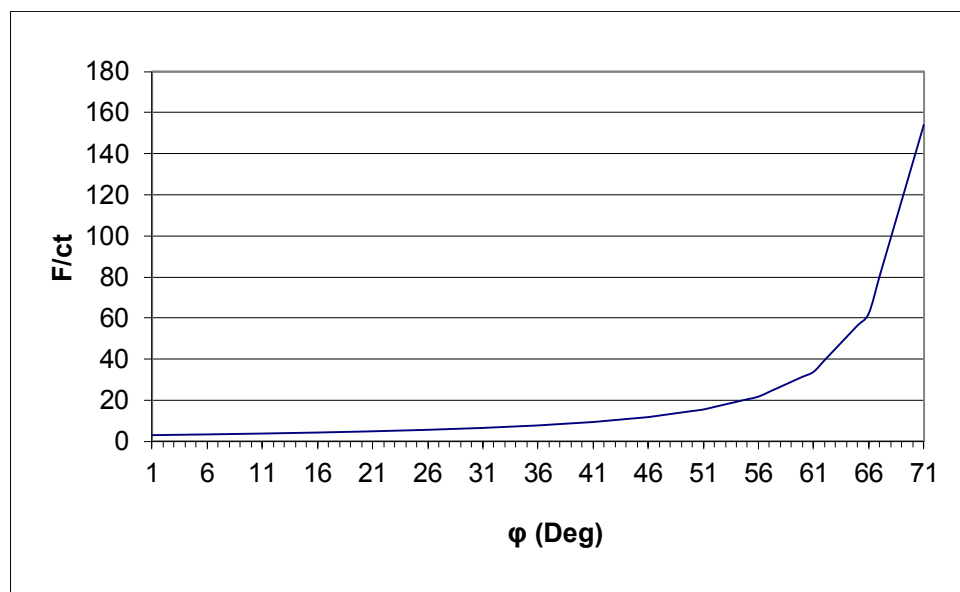
Πίνακας 3.3 Αποτελέσματα ανάλυσης για γωνία $\beta=30^\circ$

ϕ (deg)	α (deg)	$L^*\cos(\beta-\alpha)/t$	F/ct	L/t	t/α	$F/2\alpha c$
1	17.420	0.441	3.001	0.642	0.779	1.169
2	17.425	0.450	3.072	0.656	0.763	1.172
3	17.431	0.459	3.144	0.669	0.747	1.174
4	17.436	0.468	3.216	0.683	0.732	1.177
5	17.441	0.477	3.288	0.697	0.717	1.179
6	17.447	0.486	3.360	0.711	0.703	1.181
7	17.469	0.496	3.443	0.725	0.690	1.187
8	17.491	0.505	3.526	0.739	0.677	1.193
9	17.513	0.515	3.610	0.753	0.664	1.198
10	17.535	0.524	3.693	0.767	0.652	1.203
11	17.557	0.534	3.776	0.781	0.640	1.208
12	17.604	0.543	3.875	0.795	0.629	1.218
13	17.651	0.552	3.973	0.809	0.618	1.228
14	17.698	0.561	4.072	0.823	0.608	1.238
15	17.745	0.570	4.170	0.836	0.598	1.247
16	17.791	0.578	4.268	0.850	0.588	1.255
17	17.867	0.587	4.388	0.863	0.579	1.271
18	17.942	0.595	4.508	0.877	0.570	1.285
19	18.018	0.604	4.628	0.890	0.562	1.300
20	18.093	0.612	4.748	0.904	0.553	1.314
21	18.168	0.621	4.868	0.917	0.545	1.327
22	18.240	0.628	5.013	0.930	0.538	1.348
23	18.312	0.636	5.157	0.942	0.531	1.368
24	18.384	0.644	5.302	0.955	0.523	1.388
25	18.456	0.651	5.446	0.968	0.517	1.407
26	18.528	0.659	5.591	0.981	0.510	1.425
27	18.639	0.666	5.776	0.993	0.504	1.454
28	18.751	0.674	5.961	1.005	0.497	1.483
29	18.862	0.681	6.146	1.017	0.492	1.510
30	18.974	0.689	6.331	1.029	0.486	1.537
31	19.085	0.696	6.515	1.042	0.480	1.564
32	19.143	0.703	6.758	1.053	0.475	1.605
33	19.201	0.709	7.000	1.064	0.470	1.645
34	19.259	0.716	7.243	1.075	0.465	1.684
35	19.317	0.722	7.485	1.086	0.460	1.722
36	19.375	0.729	7.728	1.098	0.456	1.760
37	19.631	0.734	8.060	1.108	0.451	1.819
38	19.887	0.740	8.392	1.117	0.447	1.877
39	20.143	0.745	8.724	1.127	0.443	1.934
40	20.399	0.750	9.056	1.137	0.440	1.991
41	20.655	0.756	9.388	1.147	0.436	2.046
42	20.828	0.760	9.867	1.156	0.433	2.134
43	21.001	0.765	10.346	1.165	0.429	2.221
44	21.174	0.770	10.825	1.173	0.426	2.307
45	21.347	0.774	11.304	1.182	0.423	2.391
46	21.520	0.779	11.783	1.190	0.420	2.474
47	21.754	0.783	12.520	1.198	0.417	2.613
48	21.988	0.787	13.258	1.206	0.415	2.749
49	22.222	0.791	13.996	1.213	0.412	2.884
50	22.455	0.796	14.733	1.221	0.410	3.018
51	22.689	0.800	15.471	1.228	0.407	3.149
52	22.946	0.803	16.721	1.234	0.405	3.388
53	23.203	0.806	17.971	1.240	0.403	3.623
54	23.460	0.809	19.221	1.246	0.401	3.857
55	23.717	0.812	20.471	1.252	0.399	4.089
56	23.974	0.815	21.721	1.258	0.398	4.318
57	24.261	0.817	24.138	1.262	0.396	4.782
58	24.548	0.822	26.554	1.266	0.395	5.243
59	24.836	0.827	28.970	1.270	0.394	5.701
60	25.123	0.831	31.387	1.275	0.392	6.156
61	25.411	0.825	33.803	1.279	0.391	6.608
62	25.678	0.827	39.460	1.282	0.390	7.696

63	25.945	0.829	45.116	1.285	0.389	8.778
64	26.212	0.830	50.773	1.288	0.388	9.855
65	26.479	0.832	56.429	1.291	0.387	10.927
66	26.746	0.834	62.086	1.294	0.386	11.994
67	26.884	0.835	80.457	1.296	0.386	15.522
68	27.023	0.836	98.829	1.298	0.385	19.041
69	27.162	0.837	117.201	1.299	0.385	22.550
70	27.300	0.838	135.572	1.301	0.384	26.050
71	27.439	0.839	153.944	1.303	0.384	29.540



Σχήμα 2.8 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=30^\circ$

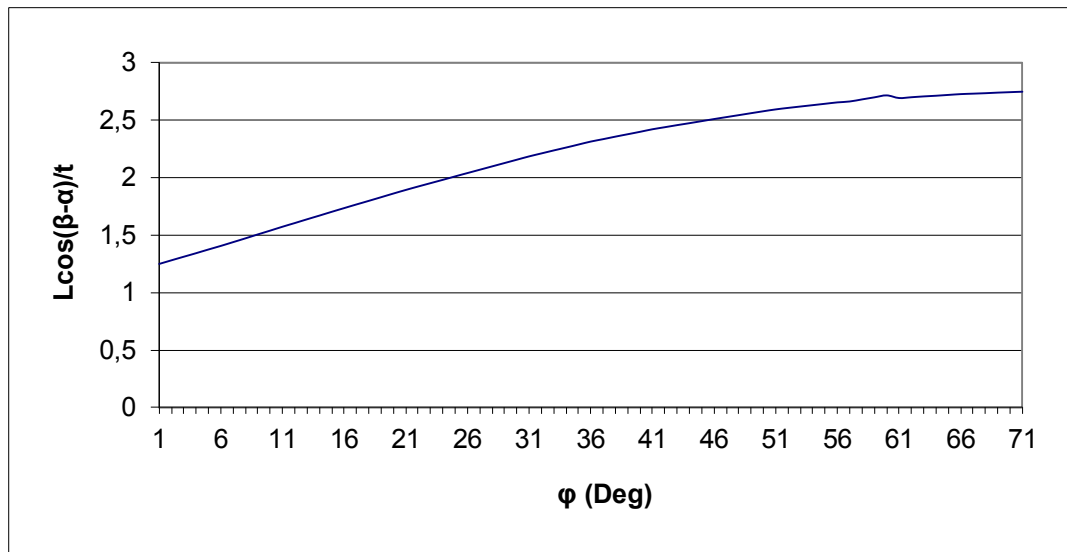


Σχήμα 2.9 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=30^\circ$

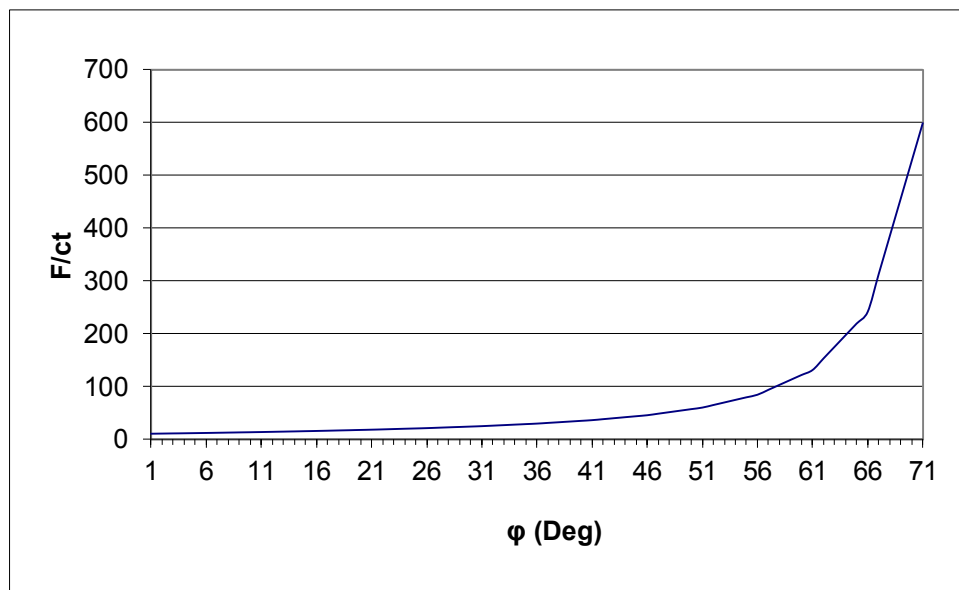
Πίνακας 3.4 Αποτελέσματα ανάλυσης για γωνία $\beta=60^\circ$

ϕ (deg)	α (deg)	$L^*\cos(\beta-\alpha)/t$	F/ct	L/t	t/α	$F/2\alpha c$
1	50.827	1.250	10.570	1.305	0.664	3.507
2	50.849	1.282	10.862	1.338	0.647	3.515
3	50.871	1.313	11.153	1.371	0.632	3.523
4	50.892	1.344	11.445	1.404	0.617	3.530
5	50.914	1.376	11.737	1.437	0.603	3.537
6	50.936	1.407	12.028	1.469	0.589	3.544
7	50.990	1.440	12.376	1.505	0.576	3.562
8	51.044	1.473	12.724	1.540	0.562	3.579
9	51.098	1.507	13.072	1.575	0.550	3.595
10	51.151	1.540	13.420	1.610	0.538	3.610
11	51.205	1.574	13.769	1.644	0.527	3.625
12	51.306	1.606	14.175	1.679	0.516	3.656
13	51.407	1.639	14.581	1.713	0.505	3.685
14	51.508	1.671	14.987	1.748	0.496	3.713
15	51.609	1.704	15.393	1.782	0.486	3.740
16	51.709	1.736	15.799	1.816	0.477	3.766
17	51.803	1.768	16.284	1.850	0.468	3.811
18	51.897	1.799	16.770	1.884	0.460	3.854
19	51.991	1.831	17.255	1.918	0.452	3.896
20	52.085	1.863	17.741	1.951	0.444	3.937
21	52.179	1.894	18.226	1.985	0.436	3.976
22	52.317	1.924	18.814	2.017	0.429	4.039
23	52.454	1.953	19.403	2.049	0.423	4.101
24	52.592	1.982	19.991	2.080	0.416	4.161
25	52.729	2.012	20.579	2.112	0.410	4.219
26	52.867	2.041	21.167	2.143	0.404	4.276
27	53.032	2.070	21.916	2.175	0.398	4.364
28	53.197	2.099	22.665	2.206	0.393	4.449
29	53.362	2.128	23.415	2.237	0.387	4.532
30	53.527	2.157	24.164	2.268	0.382	4.613
31	53.692	2.186	24.913	2.299	0.377	4.691
32	53.869	2.212	25.880	2.328	0.372	4.815
33	54.047	2.238	26.848	2.356	0.368	4.935
34	54.225	2.263	27.815	2.384	0.363	5.053
35	54.402	2.289	28.783	2.412	0.359	5.168
36	54.580	2.315	29.751	2.439	0.355	5.280
37	54.783	2.336	31.051	2.463	0.352	5.458
38	54.986	2.358	32.352	2.487	0.348	5.633
39	55.188	2.379	33.653	2.511	0.345	5.804
40	55.391	2.400	34.954	2.534	0.342	5.972
41	55.594	2.422	36.255	2.558	0.339	6.137
42	55.765	2.440	38.118	2.578	0.336	6.402
43	55.936	2.458	39.981	2.598	0.333	6.663
44	56.106	2.475	41.844	2.618	0.331	6.921
45	56.277	2.493	43.707	2.638	0.328	7.174
46	56.448	2.511	45.570	2.658	0.326	7.423
47	56.649	2.528	48.460	2.677	0.324	7.839
48	56.851	2.545	51.351	2.695	0.321	8.250
49	57.053	2.562	54.241	2.714	0.319	8.655
50	57.255	2.579	57.132	2.732	0.317	9.054
51	57.456	2.595	60.023	2.750	0.315	9.448
52	57.596	2.608	64.886	2.765	0.313	10.163
53	57.736	2.620	69.750	2.778	0.312	10.871
54	57.876	2.632	74.614	2.792	0.310	11.572
55	58.015	2.644	79.478	2.806	0.309	12.266
56	58.155	2.656	84.341	2.819	0.307	12.953
57	58.292	2.664	93.691	2.828	0.306	14.345
58	58.428	2.682	103.042	2.837	0.305	15.727
59	58.564	2.700	112.392	2.846	0.304	17.102
60	58.701	2.717	121.742	2.855	0.303	18.467
61	58.837	2.694	131.092	2.863	0.302	19.825
62	58.949	2.701	153.086	2.871	0.302	23.090

63	59.062	2.708	175.079	2.878	0.301	26.338
64	59.174	2.714	197.073	2.886	0.300	29.570
65	59.286	2.721	219.066	2.893	0.299	32.785
66	59.399	2.728	241.060	2.900	0.299	35.983
67	59.459	2.732	312.530	2.906	0.298	46.577
68	59.520	2.736	384.001	2.910	0.298	57.138
69	59.581	2.741	455.471	2.915	0.297	67.665
70	59.641	2.745	526.942	2.919	0.297	78.159
71	59.702	2.749	598.412	2.923	0.296	88.621



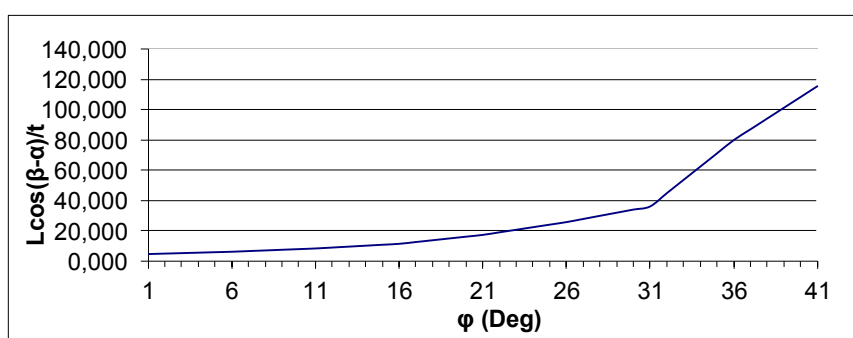
Σχήμα 2.10 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=60^\circ$



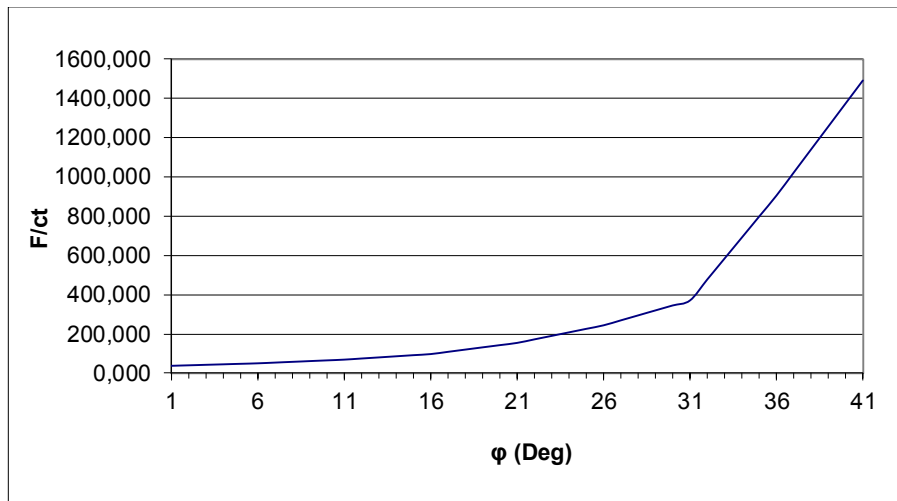
Σχήμα 2.11 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=60^\circ$

Πίνακας 3.6 Αποτελέσματα ανάλυσης για γωνία $\beta=70.3^\circ$

ϕ (deg)	α (deg)	$L \cdot \cos(\beta - \alpha)/t$	F/ct	L/t	t/α	$F/2\alpha c$
1	63.779	4.702	37.666	4.732	0.199	3.747
2	63.815	5.008	40.204	5.040	0.199	3.773
3	63.850	5.315	42.743	5.348	0.199	3.799
4	63.886	5.621	45.281	5.656	0.199	3.826
5	63.921	5.928	47.820	5.964	0.199	3.852
6	63.956	6.234	50.358	6.272	0.150	3.779
7	64.021	6.665	54.112	6.705	0.150	3.795
8	64.085	7.097	57.867	7.138	0.150	3.810
9	64.150	7.528	61.621	7.571	0.150	3.826
10	64.214	7.959	65.375	8.004	0.150	3.841
11	64.279	8.390	69.129	8.436	0.112	3.857
12	64.372	9.003	74.798	9.051	0.112	3.840
13	64.465	9.616	80.467	9.665	0.112	3.824
14	64.558	10.228	86.137	10.280	0.112	3.807
15	64.651	10.841	91.806	10.894	0.112	3.790
16	64.744	11.454	97.475	11.508	0.082	3.987
17	64.793	12.636	108.847	12.694	0.082	4.000
18	64.842	13.818	120.219	13.880	0.082	4.013
19	64.892	15.000	131.590	15.067	0.082	4.026
20	64.941	16.182	142.962	16.253	0.082	4.039
21	64.990	17.364	154.334	17.438	0.054	4.166
22	65.113	19.052	172.238	19.129	0.054	4.179
23	65.235	20.739	190.143	20.819	0.054	4.191
24	65.358	22.427	208.047	22.509	0.054	4.204
25	65.481	24.114	225.952	24.199	0.054	4.216
26	65.604	25.802	243.856	25.889	0.036	4.434
27	65.770	27.865	269.178	27.951	0.036	4.450
28	65.937	29.928	294.501	30.013	0.036	4.465
29	66.103	31.991	319.823	32.075	0.036	4.481
30	66.269	34.054	345.146	34.138	0.036	4.497
31	66.436	36.117	370.468	36.199	0.026	4.817
32	66.508	44.877	477.304	44.973	0.026	4.838
33	66.579	53.638	584.141	53.747	0.026	4.858
34	66.651	62.398	690.977	62.520	0.026	4.878
35	66.723	71.158	797.814	71.294	0.026	4.898
36	66.795	79.918	904.650	80.067	0.012	5.319
37	66.964	87.037	1.021.978	87.182	0.012	5.343
38	67.133	94.157	1.139.306	94.297	0.012	5.368
39	67.302	101.277	1.256.634	101.412	0.012	5.393
40	67.471	108.396	1.373.962	108.526	0.012	5.418
41	67.641	115.516	1.491.290	115.641	0.008	6.071



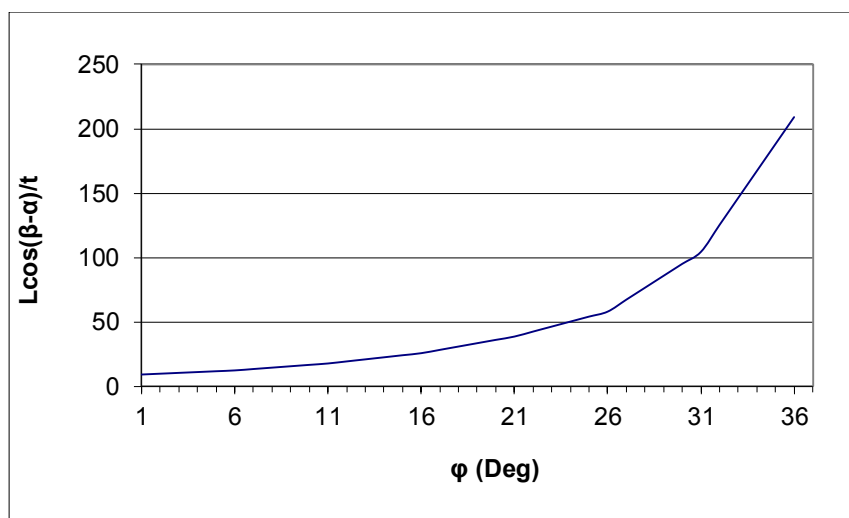
Σχήμα 2.14 Μεταβολή $L \cos(\beta - \alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεσδυτή $\beta=70.3^\circ$



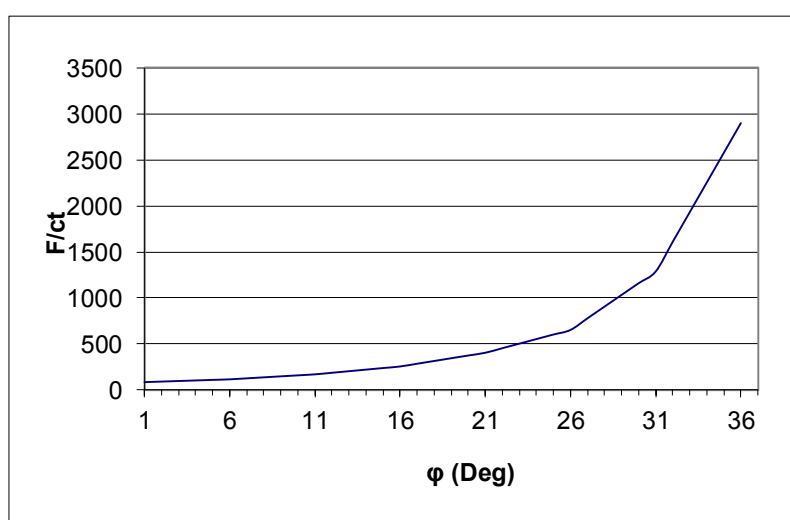
Σχήμα 2.15 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=70.3^\circ$

Πίνακας 3.7 Αποτελέσματα ανάλυσης για γωνία $\beta=80^\circ$

ϕ (deg)	α (deg)	$L^*\cos(\beta-\alpha)/t$	F/ct	L/t	t/α	$F/2ac$
1	76.633	9.245	85.299	9.261	0.106	4.535
2	76.671	9.881	91.400	9.898	0.106	4.549
3	76.709	10.517	97.501	10.534	0.106	4.563
4	76.747	11.152	103.602	11.170	0.106	4.577
5	76.784	11.788	109.703	11.807	0.106	4.591
6	76.822	12.424	115.804	12.442	0.079	4.583
7	76.836	13.503	126.621	13.523	0.079	5.011
8	76.850	14.581	137.438	14.603	0.079	5.439
9	76.863	15.660	148.254	15.684	0.079	5.867
10	76.877	16.739	159.071	16.764	0.079	6.295
11	76.891	17.818	169.888	17.844	0.055	4.688
12	76.937	19.414	187.006	19.442	0.055	4.680
13	76.983	21.010	204.124	21.039	0.055	4.672
14	77.028	22.607	221.243	22.637	0.055	4.663
15	77.074	24.203	238.361	24.234	0.055	4.655
16	77.120	25.799	255.479	25.831	0.038	4.870
17	77.177	28.382	285.301	28.416	0.038	4.876
18	77.235	30.964	315.123	31.000	0.038	4.882
19	77.292	33.547	344.944	33.584	0.038	4.888
20	77.349	36.130	374.766	36.168	0.038	4.894
21	77.407	38.712	404.588	38.752	0.025	5.141
22	77.481	42.581	454.149	42.622	0.025	5.147
23	77.556	46.450	503.709	46.491	0.025	5.153
24	77.630	50.319	553.270	50.361	0.025	5.159
25	77.705	54.188	602.830	54.231	0.025	5.165
26	77.779	58.057	652.391	58.100	0.017	5.529
27	77.836	67.329	779.337	67.376	0.017	5.536
28	77.894	76.602	906.283	76.652	0.017	5.544
29	77.951	85.874	1.033.228	85.927	0.017	5.551
30	78.008	95.147	1.160.174	95.203	0.017	5.558
31	78.065	104.419	1.287.120	104.478	0.009	6.066
32	78.132	125.345	1.609.700	125.409	0.009	6.074
33	78.198	146.272	1.932.280	146.340	0.009	6.081
34	78.265	167.198	2.254.860	167.271	0.009	6.088
35	78.331	188.125	2.577.440	188.202	0.009	6.095
36	78.398	209.051	2.900.020	209.133	0.004	6.828



Σχήμα 2.16 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=80^\circ$



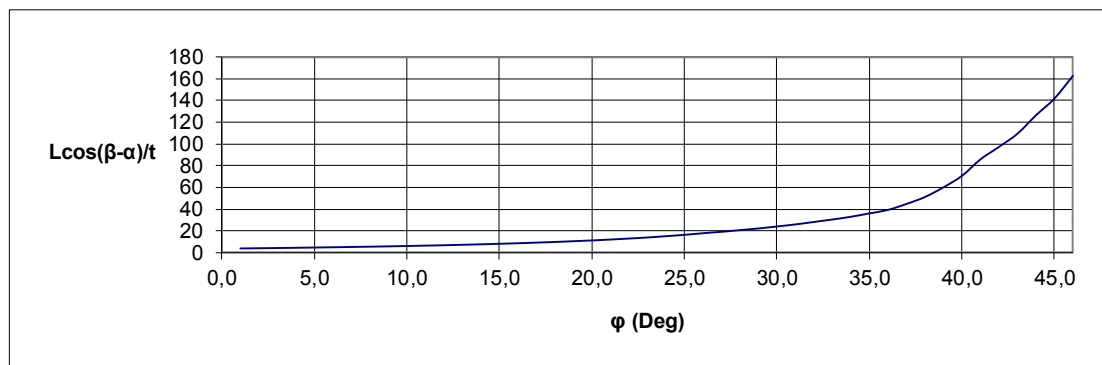
Σχήμα 2.17 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=80^\circ$

3.5.Αποτελέσματα υπολογισμών για την ειδική γωνία διεισδυτή $\beta=65^\circ$.

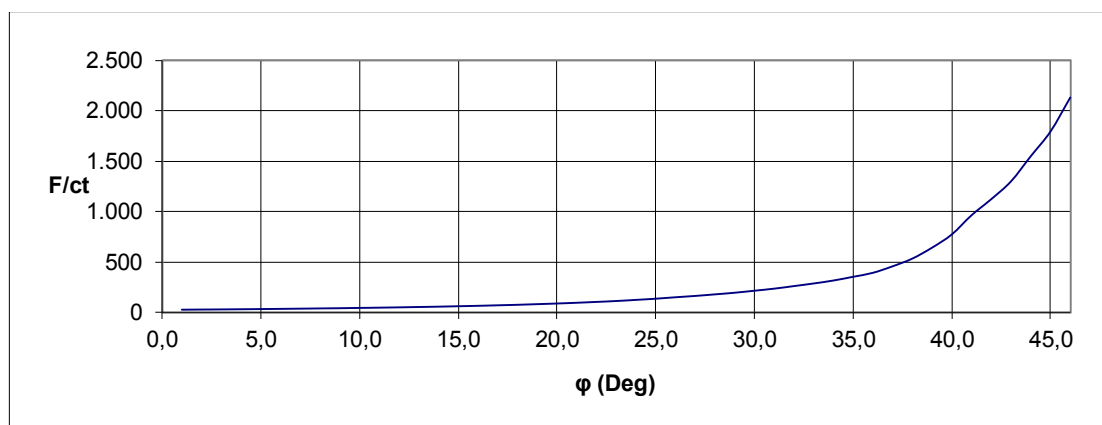
Η γωνία διεισδυτή $\beta=65^\circ$ αποτελεί την ιδιαίτερη περίπτωση του διεισδυτή Κνοορ, ο οποίος μας απασχολεί ιδιαίτερα. Συγκεκριμένα ο διεισδυτής Κνοορ αντιστοιχεί σε γωνία 130° στη μία διάσταση και σε γωνία 170.3° στην άλλη διάσταση. Επιλύθηκε το πρόβλημα για τη γωνία $2\beta=130^\circ$ δηλαδή $\beta=65^\circ$ ώστε να ερευνηθούν κοινές ή μη συμπεριφορές μεταξύ διείσδυσης τύπου φρέζας (Shield rigid punch) και διείσδυσης τύπου Κνοορ. Τα αποτελέσματα στη συνέχεια θα χρησιμοποιηθούν στο 6^ο κεφάλαιο στην πρόβλεψη της γωνίας εσωτερικής τριβής ϕ σύμφωνα με την θεωρία Mohr-Coulomb.

Πίνακας 3.5 Αποτελέσματα ανάλυσης για γωνία $\beta=65^\circ$

ϕ (deg)	α (deg)	$L^*\cos(\beta-\alpha)/t$	F/ct	L/t	t/α	$F/2\alpha c$
1	56.150	3.882	28.205	3.929	0.231	3.253
2	56.264	4.075	29.646	4.123	0.220	3.258
3	56.379	4.273	31.132	4.322	0.210	3.264
4	56.494	4.498	32.741	4.548	0.199	3.263
5	56.608	4.721	34.542	4.772	0.190	3.280
6	56.723	4.971	36.469	5.023	0.180	3.290
7	56.837	5.230	38.486	5.284	0.172	3.301
8	56.952	5.521	40.770	5.576	0.163	3.313
9	57.067	5.812	43.080	5.868	0.154	3.327
10	57.181	6.147	45.756	6.204	0.146	3.342
11	57.296	6.482	48.470	6.541	0.139	3.358
12	57.410	6.843	51.420	6.903	0.131	3.375
13	57.525	7.260	54.862	7.323	0.124	3.395
14	57.640	7.681	58.377	7.745	0.117	3.415
15	57.754	8.172	62.506	8.238	0.110	3.438
16	57.869	8.678	66.823	8.746	0.104	3.462
17	57.983	9.250	71.753	9.320	0.097	3.489
18	58.098	9.843	76.924	9.915	0.091	3.516
19	58.213	10.543	83.088	10.617	0.085	3.546
20	58.327	11.259	89.489	11.336	0.080	3.577
21	58.442	12.082	96.915	12.161	0.075	3.611
22	58.556	12.993	105.245	13.075	0.069	3.647
23	58.671	13.971	114.306	14.056	0.064	3.685
24	58.785	15.155	125.385	15.244	0.059	3.727
25	58.900	16.392	137.146	16.486	0.055	3.770
26	59.015	17.886	151.486	17.984	0.050	3.817
27	59.187	19.176	164.558	19.276	0.047	3.869
28	59.358	20.710	180.287	20.811	0.044	3.926
29	59.530	22.237	196.373	22.339	0.041	3.984
30	59.702	24.105	216.267	24.208	0.037	4.048
31	59.874	25.971	236.746	26.076	0.035	4.114
32	60.046	28.249	262.048	28.355	0.032	4.188
33	60.218	30.516	288.066	30.622	0.030	4.263
34	60.390	33.005	317.329	33.112	0.027	4.343
35	60.562	36.117	354.360	36.225	0.025	4.433
36	60.734	39.305	393.662	39.414	0.023	4.526
37	60.848	44.795	458.284	44.913	0.020	4.624
38	60.963	51.167	534.840	51.294	0.018	4.725
39	61.077	60.075	643.086	60.216	0.015	4.840
40	61.192	70.645	774.367	70.801	0.013	4.956
41	61.306	85.770	964.604	85.949	0.011	5.086
42	61.478	97.257	1.124.410	97.441	0.009	5.229
43	61.650	109.375	1.300.920	109.562	0.008	5.381
44	61.822	126.290	1.550.090	126.484	0.007	5.553
45	61.994	141.739	1.795.230	141.934	0.006	5.732
46	62.166	162.608	2.131.990	162.807	0.006	5.934



Σχήμα 2.12 Μεταβολή $L\cos(\beta-\alpha)/t$ και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=65^\circ$



Σχήμα 2.13 Μεταβολή F/ct και γωνίας διατμητικής αντοχής ϕ για διεισδυτή $\beta=65^\circ$

3.6 Εφαρμογή σε χωματουργικές μηχανές

Μία κατηγορία χωματουργικών μηχανημάτων τα οποία χαρακτηρίζονται ως επίπεδοι εκσκαφείς είναι οι ερπυστριοφόροι ή ελαστικοφόροι προωθητές, τα αποξεστικά μηχανήματα και οι ισοπεδωτές. Τα μηχανήματα αυτά, εκτός από την αντίσταση κλίσεως και κυλίσεως, πρέπει να καταβάλουν πρόσθετη δύναμη για την υπερνίκηση της αντίστασης εκσκαφής-χαλάρωσης του εδάφους και προώθησης (προωθητές, ισοπεδωτές) και πλήρωσης σκάφης (αποξεστικά μηχανήματα).

Η αντίσταση χαλάρωσης εδάφους A_s ορίζεται ως η δύναμη που απαιτείται να αναπτύξει ο επίπεδος εκσκαφέας για να χαλαρώσει το έδαφος σε βάθος 10 cm και

υπό γωνία 45°. Για μεγαλύτερα βάθη η δύναμη πολλαπλασιάζεται με τον συντελεστή βάθους f_s . Η αντίσταση χαλάρωσης για πλάτος κοπτήρα b (m) υπολογίζεται ως:

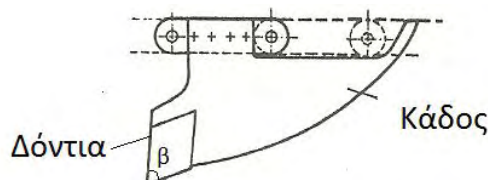
$$A_s = f_s k_s b \text{ (kp)} \quad (3.4)$$

όπου k_s ονομάζεται ο συντελεστής χαλάρωσης εδάφους.

Πίνακας 3.8 Συντελεστής χαλάρωσης εδάφους k_s (Εφραιμίδης Χ. 1998)

Έδαφος	Κατηγορία	k_s (kp/m)
Έδαφος μέσης σκληρότητας, μαλακή άργιλος	1	400
Αμμοχάλικες με συνεκτικό υλικό	2	500
Αμμοχάλικες με άργιλο, συμπακνωμένη άργιλος	3	800
Σκληρή άργιλος με λίθινο υλικό	4	1200
Πολύ σκληρή άργιλος χαλαρωμένο βραχώδες έδαφος	5	1650
Χαλαρωμένο έδαφος με ρίζες χόρτων	6	400
Αμμώδες έδαφος με παρασιτική βλάστηση και ρίζες	7	600
Συμπακνωμένο έδαφος μέσης σκληρότητας	8	1000
Αργιλικό έδαφος με πυκνά χόρτα και ρίζες	10	2050
Ισχυρά συμπακνωμένο έδαφος	11	3400

Αρχικά θα πρέπει να υπολογισθεί ο λόγος F/ct στην περίπτωση διείδυσης υπό γωνία 30° και ο λόγος F/ct για την διείδυση υπό γωνία 10°.



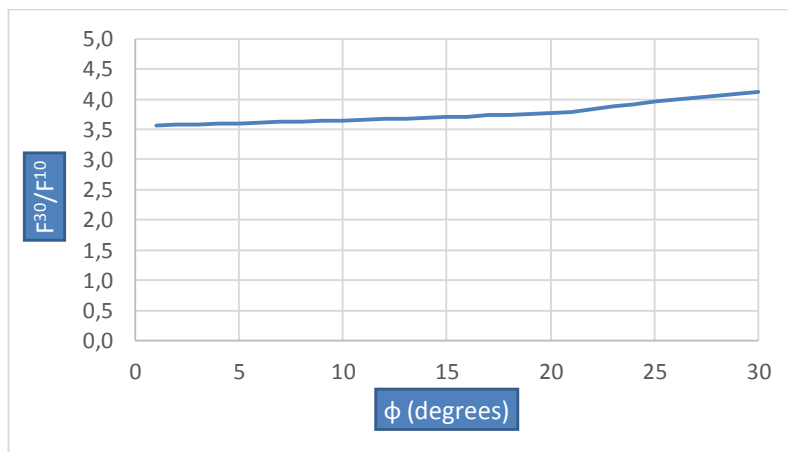
Σχήμα 3.18 Κάδος χωματοουργικού μηχανήματος γωνίας β

Ο υπολογισμός γίνεται με την Εξίσωση 3.3 και οι αντίστοιχες τιμές δίνονται στους Πίνακες 3.3 για τη γωνία διείδυσης 30° και 3.1 για τη γωνία διείδυσης 10°.

$$\frac{F}{ct} = \frac{2Cot[\phi] \{e^{2\alpha Tan[\phi]} (Tan[\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}])^2 - 1\} Sin[\beta] Tan[\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}] e^{-\alpha Tan[\phi]}}{e^{-\alpha Tan[\phi]} Tan[\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}] Cos[\beta] - Sin[\beta - \alpha]} \quad (3.3)$$

Υπολογίζοντας τους λόγους F^{30}/F^{10} για ένα εύρος τιμών ϕ° ($0 < \phi < 30^\circ$) όπου F^{30} η δύναμη που αντιστοιχεί σε εκσκαφή με γωνία κάδου 30° και F^{10} η δύναμη που

αντιστοιχεί σε γωνία κάδου 10° , δημιουργείται το γράφημα στο Σχήμα 3.18. Από το Σχήμα 3.18 μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η δύναμη εκσκαφής με κάδο γωνίας 30° είναι $3.5 \div 4$ φορές μεγαλύτερη της δύναμης που απαιτείται για να εκσκαφεί το ίδιο υλικό με κάδο γωνίας 10° . Μάλιστα ο λόγος αυτός παρατηρούμε ότι παραμένει σχεδόν σταθερός ανεξαρτήτως του υλικού (ϕ°) και είναι ίσος με $3.5 \div 4$.



Σχήμα 3.18 Μεταβολή του λόγου F^{30}/F^{10} για $0 < \phi < 30^\circ$ όπου F^{30} η δύναμη που αντιστοιχεί σε εκσκαφή με γωνία κάδου 30° και F^{10} η δύναμη που αντιστοιχεί σε γωνία κάδου 10° .

3.7.Συμπεράσματα

Η μορφή και τα αποτελέσματα των διαγραμμάτων που προέκυψαν για τις διάφορες γωνίες διεισδυτών που εξετάσαμε αποδεικνύουν ότι όταν θέλουμε να εξετάσουμε σκληρά υλικά, υλικά υψηλής συνοχής c θα πρέπει η γωνία του διεισδυτή να είναι μικρή ($2\beta=60^\circ$). Αντίθετα για μαλακά υλικά μικρότερης συνεκτικότητας θα πρέπει να προτιμούμε διείδυση υπό μεγαλύτερες γωνίες ($2\beta=160^\circ$). Αυτό προέκυψε ώστε πρακτικά να είναι ευδιάκριτες οι παραμορφώσεις του δοκιμίου και το αποτύπωμα της διείδυσης σε συνδυασμό με το επιβαλλόμενο φορτίο. Στην περίπτωση που $\phi=0$, τα αποτελέσματα οδηγούν στις λύσεις της κλασικής ελαστοπλαστικότητας.

Η μεθοδολογία, όπως και οι άλλες που ακολουθούν μπορούν να εφαρμοστούν για πολύ μικρά δοκίμια υλικών, οπότε και οι απαιτήσεις σε φορτίο είναι μικρές. Το υλικό του διεισδυτή πρέπει να είναι πολύ πιο άκαμπτο από το υλικό του δοκιμίου. Για τις περισσότερες περιπτώσεις εδαφών, άμμων, τσιμέντου και άλλων κονιαμάτων ένας χαλύβδινος διεισδυτής επαρκεί. Ο διεισδυτής πρέπει να λιπαίνεται κατάλληλα για την αποφυγή τριβής. Εάν το υλικό δεν παρουσιάζει ανύψωση στην περίμετρο της διείδυσης, αυτό σημαίνει ότι το μοντέλο Shield δεν είναι επαρκές και θα χρειαστεί άλλο μοντέλο. Γενικά, εάν το μέτρο ελαστικότητας του υλικού είναι E , το παρόν μοντέλο θα είναι αρκετά αξιόπιστο εφόσον $(E \tan \beta)/c > 40$, ενώ για τιμές $(E \tan \beta)/Y > 30$ η ελαστικότητα αγνοείται ($c \approx Y$ τάση διαρροής). Το μοντέλο Shield είναι ένα πλαστικό μοντέλο που αγνοεί πλήρως την ελαστικότητα και την κράτυνση.

4 ΜΟΝΤΕΛΟ P.R. PASLEY, J.B. CHEATHAM, JR

4.1 Εισαγωγή

Το δεύτερο μοντέλο που αναπτύξαμε βασίστηκε στην εργασία των P.R.Pasley, J.B.Cheatham, Jr, και C.W.G.Fulcher. Πρόκειται για την ανάλυση πλαστικής ροής βραχωδών υλικών κάτω από την επιρροή ενός άνευ τριβής διεισδυτή έτσι όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.1.

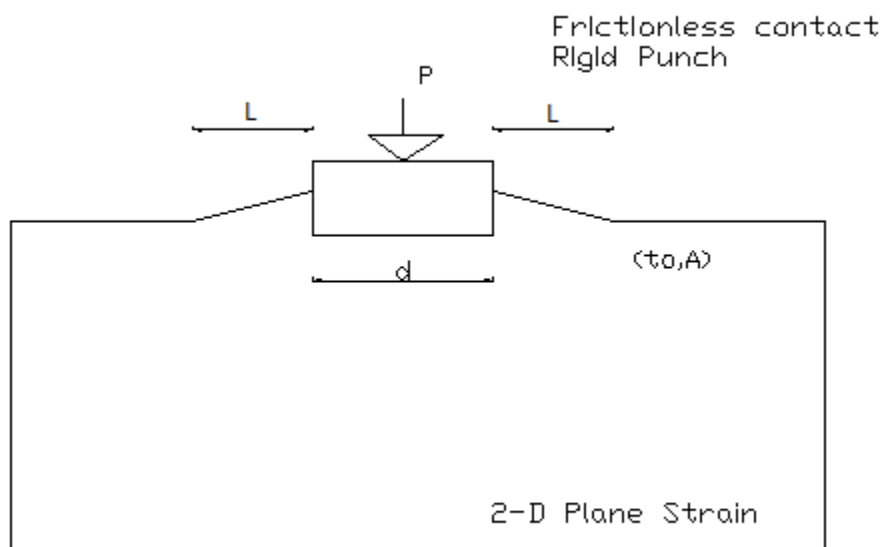
Ο βράχος θεωρείται τέλεια πλαστικός με μία εξάρτηση της δύναμης διαρροής από το υδροστατικό μέρος της τάσης. Η θεωρία της τέλει πλαστικής συμπεριφοράς αναπτύχθηκε για να περιγράψει υλικά όπως τα μέταλλα. Όμως παραμένει αναποτελεσματική για την αναλυτική περιγραφή της ανελαστικής συμπεριφοράς των βραχωδών υλικών και αυτό επειδή θεωρεί :

(α) το υλικό είναι ασυμπίεστο

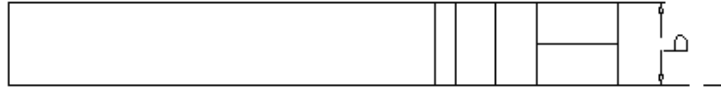
(β) ο υδροστατικός παράγων της τάσης $\sigma_{kk}/3$ δεν έχει επίδραση στην διαρροή.

Επιλύσεις σε προβλήματα μηχανικής των βραχών έχουν λάβει υπόψη τη δεύτερη θεώρηση συνεχίζοντας να χρησιμοποιούν την υπόθεση της ασυμπιεστότητας.

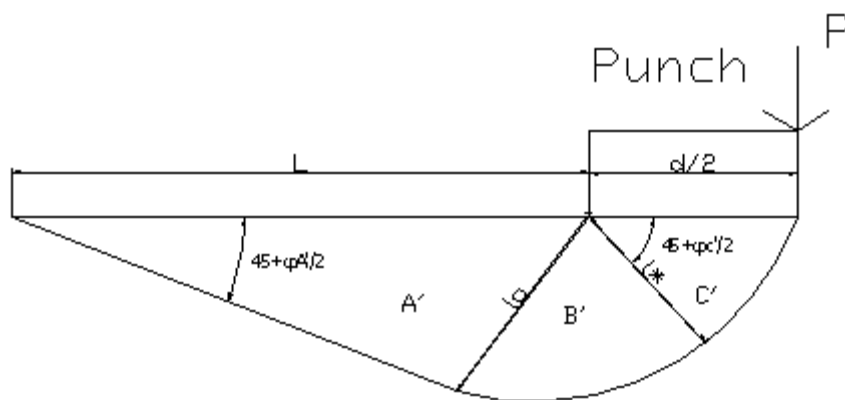
4.2.Σχηματική απεικόνιση



Σχήμα 4.1 Γεωμετρία του μοντέλου (1)



Σχήμα 4.2 Πλάγια Τομή



Σχήμα 4.3 Γεωμετρία του μοντέλου (2)

4.3 Μαθηματική Περιγραφή

Η θεωρία απλουστεύεται και η εφαρμογή της παρουσιάζεται στη συνέχεια στις δύο διαστάσεις. Για την επίλυση του προβλήματος διείσδυσης, θεωρούμε μία ειδική περίπτωση. Μία επιλογή φαίνεται ικανή να ταιριάζει τα αρχικά πειραματικά αποτελέσματα σχετικά με τις επιφάνειες διαρροής και δίνεται στη Σχέση 4.1.

Ισχύει ότι το j^2 θεωρείται συνάρτηση του σ_{mm} , όμως η ανάλυση έγινε για την ειδική επιλογή του j^2 :

$$j^2 = t_0^2 \frac{1}{3} A \sigma_{kk}, A > 0 \quad (4.1)$$

Οι παράμετροι του υλικού που εμπλέκονται στο πρόβλημα είναι η τάση t_0 [N/m²] και η παράμετρος του υλικού A [N/m²] έτσι όπως σχετίζονται μέσω της Σχέσης 4.1. Προφανώς όταν $A=0$ παίρνουμε την κλασσική πλαστική θεωρία Mises. Με t'_A περιγράφεται η διατμητική τάση στην περιοχή A' του Σχ.4.3.

$$t'_A = \frac{1}{2} \left[A + \left(\frac{4}{3} A^2 + 4t_0^2 \right)^{0.5} \right] \quad (4.2)$$

$$\pi = + \frac{[t_c'^2 - \frac{1}{4} A^2]^{0.5}}{\frac{A}{2}} - \tan^{-1} \frac{[t_c'^2 - \frac{1}{4} A^2]^{0.5}}{\frac{A}{2}} - \frac{[t_A'^2 - \frac{1}{4} A^2]^{0.5}}{\frac{A}{2}} + \tan^{-1} \frac{[t_A'^2 - \frac{1}{4} A^2]^{0.5}}{\frac{A}{2}} \quad (4.3)$$

Το φορτίο που εφαρμόζεται στον επίπεδο διεισδυτή ανά μονάδα βάθους είναι το P [N/m] και δίνεται από τη Σχέση 4.4.

$$P = d(t'_c - \sigma'_c) \quad (4.4)$$

$$\sigma'_c = \frac{1}{A} (t_0^2 + \frac{1}{12} A^2 - t_c'^2) \quad (4.5)$$

$$\frac{l^*}{l_0} = \left\{ \frac{t'_A + [t_A'^2 - \frac{1}{4} A^2]^{0.5}}{t'_c + [t_c'^2 - \frac{1}{4} A^2]^{0.5}} \right\}^{0.5} \quad (4.6)$$

$$\phi'_c = \sin^{-1}(A/2t'_c) \quad (4.7)$$

$$\phi'_A = \sin^{-1}(A/2t'_A) \quad (4.8)$$

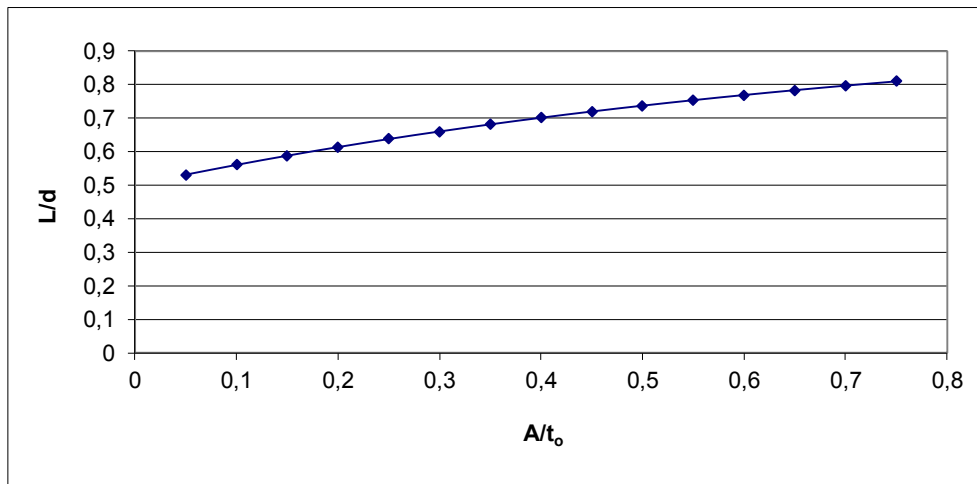
$$\frac{L}{d} = \frac{2l_0}{l^*} \frac{\sin(45 + \frac{1}{2} \phi'_A)}{4 \cos(45 + \frac{1}{2} \phi'_c)} \quad (4.9)$$

4.4 Αποτελέσματα

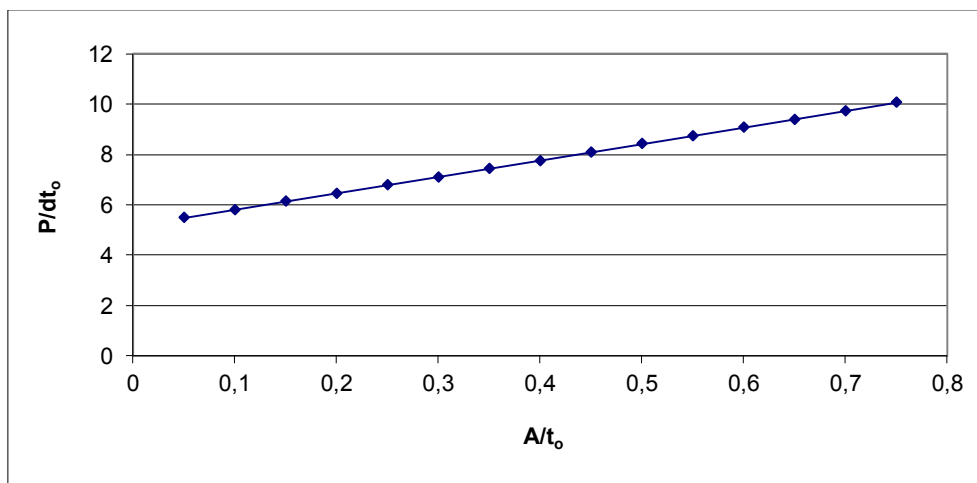
Πίνακας 4.1 Αποτελέσματα ανάλυσης πλαστικής ροής βραχυδών υλικών κάτω από άνευ τριβής διείδυση.

A/t_0	t_a'/t_0	t_c'/t_0	σ_c/t_0	P/dt_0	ϕ_a	ϕ_c	I^*/I_0	L/d
0,05	1,025417	1,10389	-4,3673	5,471203	0,024383	0,022649	0,963791	0,531119
0,1	1,051665	1,208273	-4,5909	5,799175	0,047562	0,041393	0,932881	0,560282
0,15	1,078743	1,312961	-4,8132	6,126236	0,069581	0,057154	0,906249	0,587612
0,2	1,106645	1,417818	-5,0343	6,452184	0,090487	0,07059	0,88312	0,613223
0,25	1,135363	1,522742	-5,2541	6,776876	0,110321	0,082181	0,862899	0,637221
0,3	1,164889	1,627805	-5,4741	7,101972	0,129126	0,09228	0,84508	0,659731
0,35	1,195212	1,732944	-5,6939	7,426905	0,146946	0,101157	0,829302	0,68084
0,4	1,22632	1,838168	-5,9138	7,751988	0,163821	0,10902	0,81526	0,700638
0,45	1,258199	1,943496	-6,1340	8,077503	0,179794	0,116031	0,802707	0,71921
0,5	1,290833	2,048768	-6,3532	8,402005	0,194905	0,122329	0,791473	0,736607
0,55	1,324206	2,154409	-6,5750	8,729443	0,209194	0,127994	0,78131	0,752964
0,6	1,358301	2,260226	-6,7977	9,057929	0,2227	0,133123	0,772124	0,768316
0,65	1,393098	2,366244	-7,0213	9,387634	0,235463	0,137784	0,763793	0,782726
0,7	1,428579	2,472486	-7,2462	9,718706	0,247518	0,142035	0,756218	0,796255
0,75	1,464725	2,578972	-7,4723	10,05127	0,258904	0,145924	0,749312	0,808958

Ο αναλυτικός πίνακας 4.1 που προηγήθηκε παρουσιάζει τα αποτελέσματα των υπολογισμών των ζητούμενων μεγεθών. Ο τρόπος με τον οποίο πρακτικά ελέγχουμε την συνοχή στις παραμέτρους του υλικού A και t_0 είναι ο ακόλουθος. Με τη βοήθεια του πρώτου γραφήματος (Σχήμα 4.4) και παρατηρώντας το αποτύπωμα στο δοκίμιο L (όπου L το οριζόντιο μήκος του υλικού που ανυψώνεται όπως φαίνεται στα Σχήματα 4.1, 4.2, 4.3) πληροφορούμαστε τον αδιάστατο λόγο των μεγεθών A/t_0 . Βεβαίως είναι γνωστό το πλάτος d του επίπεδου διειδυτή καθώς επίσης και η δύναμη P ανά μονάδα μήκους του πάχους του διειδυτή που θα εξασκήσουμε σε αυτόν. Με τη βοήθεια του δεύτερου γραφήματος (Σχήμα 4.5) έχοντας γνωστό πλέον το λόγο A/t_0 , την P [N/m] και d [m] μετρούμε ακριβώς το t_0 και στη συνέχεια το A .



Σχήμα 4.4 Μεταβολή L/d σε σχέση με παράμετρο υλικού A/t_0



Σχήμα 4.5 Μεταβολή P/dt_0 σε σχέση με παράμετρο υλικού A/t_0

4.5 Συμπεράσματα

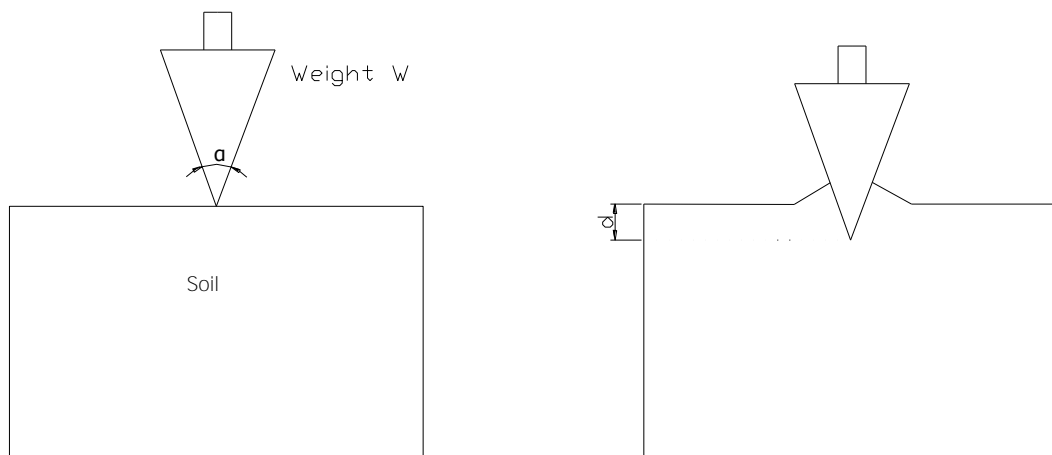
Γενικά η θεωρία στην οποία βασίζεται το μοντέλο των Cheatham et al, προσαρμόζει τις πειραματικές παρατηρήσεις βραχωδών υλικών αλλά και πολλών στερεών υλικών των οποίων η επιφάνεια διαρροής είναι γνωστή. Δεν παίρνει υπόψη την κράτυνση και την ελαστικότητα. Αναμένεται να είναι αποδοτική μέθοδος για σχετικά ψαθυρά υλικά.

5 ΜΟΝΤΕΛΟ D.M.WOOD

5.1.Εισαγωγή

Το τρίτο μοντέλο βασίζεται στην εργασία του D.M.Wood. Δοκιμές με πτώση κώνου έχουν εδώ και πολλές δεκαετίες διεξαχθεί στη Σκανδιναβία για τον υπολογισμό της αντοχής γενικά μαλακών συνεκτικών υλικών. Διάφορες παραλλαγές ελέγχων διείσδυσης κώνου έχουν υιοθετηθεί στις Σκανδιναβικές χώρες και στο Ηνωμένο Βασίλειο για τον υπολογισμό του ορίου υδαρότητας σε συνεκτικά υλικά. Σε αυτό το μοντέλο, θα παρουσιασθούν οι θεωρητικές προβλέψεις πάνω σε πειράματα διείσδυσης κώνου διαφορετικών γωνιών σε συνεκτικά υλικά.

5.2. Σχηματική απεικόνιση



Σχήμα 5.1 Γεωμετρία του μοντέλου Wood

5.3 Μαθηματική Περιγραφή

Η γεωμετρία του μοντέλου φαίνεται αναλυτικά στο Σχήμα 5.1. Ένας κώνος γωνίας α και βάρους W [N] αφήνεται να πέσει από κατάσταση ηρεμίας, ακουμπώντας την επιφάνεια υλικού συνοχής c_u [N/m²], και διεισδύει στο υλικό σε βάθος d [m]. Τέλος μετράται το βάθος διείσδυσης d μετά από πέντε δευτερόλεπτα. Οι παράμετροι του μοντέλου αυτού συνδέονται μέσα από τη Σχέση 5.1.

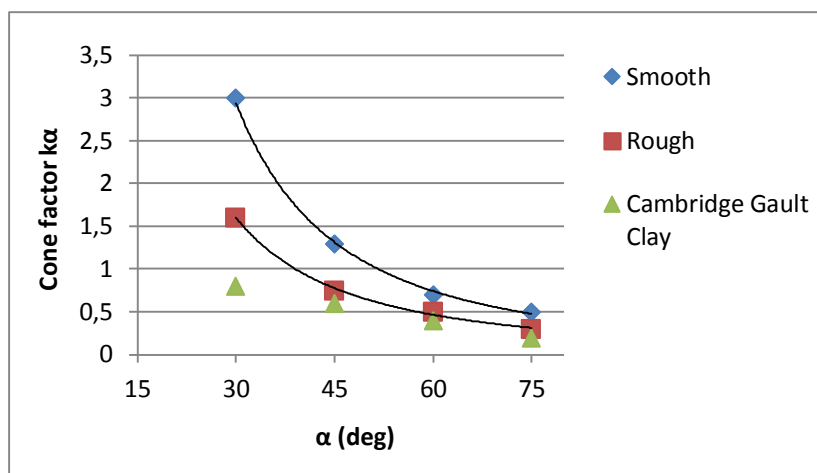
$$\frac{c_u d^2}{W} = k(\alpha, \chi) \quad (5.1)$$

Στην παραπάνω σχέση, το χ δηλώνει ένα μέτρο τριβής ανάμεσα στο υλικό και τον κώνο. Ωστόσο στο συγκεκριμένο μοντέλο δεν ελήφθη υπόψη η τριβή και επομένως η παράμετρος $k(\alpha, \chi)$ αντικαταστάθηκε από τον συντελεστή k_α (Σχήμα 5.2) ο οποίος αναμένεται να λάβει διαφορετικές τιμές για κάθε διαφορετική γωνία α του κώνου. Άρα η τάση συνοχής c_u δίνεται από τον τύπο:

$$c_u = \frac{k_\alpha W}{d^2} \quad (5.2)$$

5.4 Αποτελέσματα

Επιστημονικές εργασίες οι οποίες παρείχαν πληροφορίες και αναλύσεις (Wood D.M., 1984) συνάγουν τις θεωρητικές αντιστοιχίες του συντελεστή k_α με την εκάστοτε γωνία α για τις ακραίες δύο περιπτώσεις, του απολύτως λείου κώνου και του απολύτως τραχέως κώνου. Οι δύο αυτές περιπτώσεις παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.2.



Σχήμα 5.2. Πειραματική και θεωρητική μεταβολή του παράγοντα k_α

5.5 Συμπεράσματα

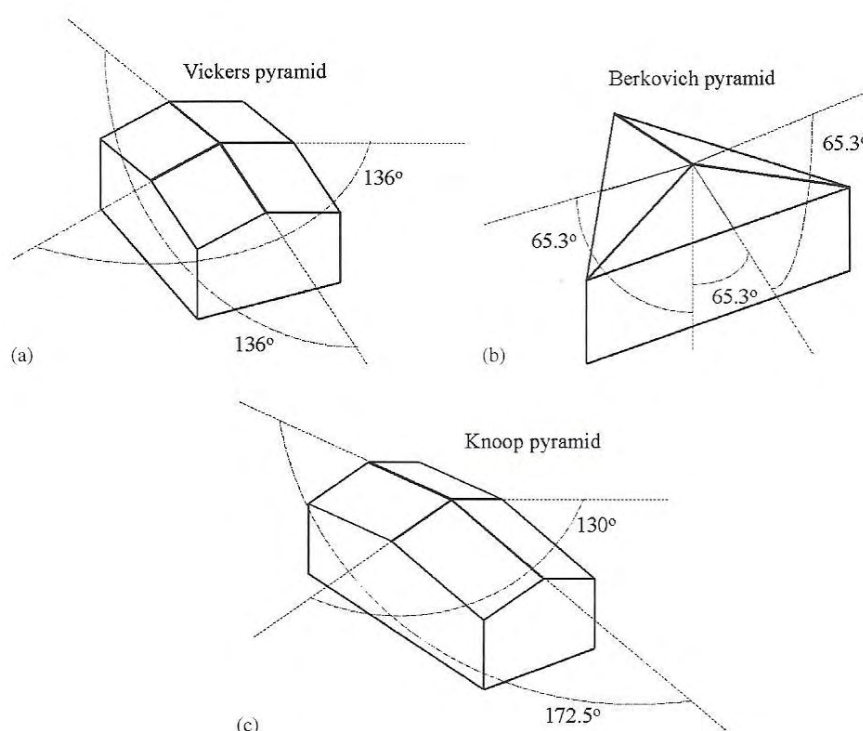
Η σύγκριση των θεωρητικών και πειραματικών αποτελεσμάτων καταδεικνύουν ότι η περιγραφή των μηχανισμών που διέπουν τη διείδυση κώνου σε αυτό το μοντέλο δεν είναι εντελώς ικανοποιητική. Αναμένεται σχετικά καλή εφαρμογή στους μυτερούς κώνους και σε κορεσμένες αργίλους ή σε υλικά με χαμηλό όριο διαρροής και μικρή κράτυνση.

6 ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΔΙΕΙΣΔΥΣΗΣ ΚΑΤΑ ΚΝΟΟΡ (Αναλυτικά και αριθμητικά αποτελέσματα)

6.1 Εισαγωγή

Κάνοντας μία ιστορική αναδρομή ήδη από τη δεκαετία του 1980 για να καθορισθεί η δυσκαμψία θραύσης υλικών ελαστο-πλαστικής συμπεριφοράς από μεθόδους διείσδυσης, θα πρέπει να μετρηθεί ο λόγος Σκληρότητας προς Μέτρο Ελαστικότητας H/E . Οι πλέον γνωστές υπολογιστικές μέθοδοι που αναπτύχθηκαν είναι οι ακόλουθες. Η πρώτη αναπτύχθηκε από τους Lawn και Howes (Lawn B.R., Howes V.R. 1968) οι οποίοι θεωρούν πως ο λόγος H/E συσχετίζεται με το βάθος της ελαστικής επαναφοράς της διείσδυσης κατά Vickers. Το μοντέλο βασίστηκε στη διατήρηση της συμβατότητας στο μέγιστο βάθος διείσδυσης για ένα ελαστο-πλαστικό ημίκυκλο φόρτισης και στην ελαστική αποφόρτιση ή ημίκυκλο επαναφόρτισης. Η δεύτερη που αναπτύχθηκε από τον Marshall (Marshall D.B. et al. 1982) συσχετίζει το λόγο H/E με την παραμένουσα στην επιφάνεια του δοκιμίου μικρή διαγώνιο του Κνοορ διεισδυτή. Αυτή η μέθοδος θεωρεί πως το αποτύπωμα της μεγάλης διαγωνίου παρουσιάζει ελάχιστη μεταβολή κατά την αποφόρτιση. Και οι δύο τεχνικές σαν σκοπό έχουν να δώσουν ακριβείς προβλέψεις του λόγου H/E μέσα από πειραματικές μεθόδους διείσδυσης σε επιλεγμένα υλικά, κυρίως κεραμικά.

Τα πειράματα της διείσδυσης γενικά, αποτελούν μία απλή μέθοδο προσδιορισμού μηχανικών ιδιοτήτων, ιδιαίτερα κατάλληλη προς εφαρμογή σε μικρά δοκίμια. Με τη βοήθεια των πειραμάτων διείσδυσης μπορούν να προσδιορισθούν μηχανικές ιδιότητες όπως, η σκληρότητα Κνοορ (H_K) και Vickers (H_V) και το Μέτρο Ελαστικότητας (E).



Σχήμα 6.1 Τρισδιάστατη γεωμετρία των διεισδυτών κατά Vickers (a), Berkovich (b) και Κνοορ (c).

Πειράματα διείσδυσης με πυραμίδες που έχουν βάσεις τετραεδρικές (Vickers), τριγωνικές (Berkovich) και ρομβοειδείς (Knoop) έχουν χρησιμοποιηθεί κατά το παρελθόν για το χαρακτηρισμό μετάλλων, κεραμικών, πολυμερών κ.α. Κατά το παρελθόν έχουν μελετηθεί οι διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα κατά τη διείσδυση σε ένα υλικό, χωρίς όμως να έχουν γίνει οι θεωρητικές αναλύσεις που αφορούν την διείσδυση κατά Knoop. Ενδιαφέρον παρουσιάζει το γεγονός ότι ο σχεδιασμός των πυραμίδων έγινε ώστε να δίνουν σχεδόν την ίδια σκληρότητα. Ο λόγος που επελέγη η κατά Knoop διείσδυση είναι ότι επιτρέπει την εκτίμηση του μέτρου ελαστικότητας από το αποτύπωμα, πράγμα που δεν μπορούν οι άλλες πυραμίδες.

Μέχρι σήμερα όλες οι εργασίες που αφορούν τη διείσδυση κατά Knoop διεξήχθησαν είτε για ελαστικά υλικά είτε για απλά ελαστο-πλαστικά υλικά όπως von Mises υλικά, με εφαρμογή στα εύπλαστα υλικά. Παρότι αυτά τα μοντέλα κρίνονται επαρκή σε αρκετές περιπτώσεις, συχνά αποτυγχάνουν να περιγράψουν σε λεπτομέρεια την απόκριση υλικών όπως κεραμικά, πολυμερή και σκληρά μέταλλα. Στην κλασική θεωρία πλαστικότητας, γενικώς θεωρείται πως η υδροστατική πίεση δεν έχει επίδραση στην πλαστική παραμόρφωση του υλικού και η πλαστική διεύρυνση παραμελείται. Το von Mises κριτήριο χρησιμοποιείται ευρέως στη μοντελοποίηση μεταλλικών υλικών και κραμάτων. Ένας απαραίτητος όρος -αν και ανεπαρκής- για την ογκομετρική διατήρηση πλαστιμότητας είναι η ύπαρξη τουλάχιστον πέντε ανεξάρτητων συστημάτων διαρροής (απαίτηση διαρροής von Mises).

Η πλαστική συμπεριφορά ενός μεγάλου εύρους υλικών που παρουσιάζουν ευαισθησία στην υδροστατική πίεση μπορεί να περιγραφεί συνήθως από τα κριτήρια διαρροής Mohr-Coulomb και Drucker-Prager. Πρέπει να σημειωθεί πως το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager (Drucker-Prager, 1952) αποτελεί μία γενίκευση του νόμου Coulomb, που είναι κατάλληλο για την εδαφομηχανική γενικά, όπου η διατμητική τάση που απαιτείται για την ολίσθηση εξαρτάται γραμμικά από την κάθετη πίεση που ασκείται στην επιφάνεια ολίσθησης. Πρακτικά τα κριτήρια διαρροής Mohr-Coulomb και Drucker-Prager (με ευαισθησία στην υδροστατική πίεση) έχουν παρόμοιες ομοιότητες και διαφορές με τα κριτήρια Tresca και von Mises αντίστοιχα (ανεξάρτητα της υδροστατικής πίεσης). Το κριτήριο διαρροής Drucker-Prager έχει επιτυχώς χρησιμοποιηθεί στο παρελθόν για να περιγράψει την πλαστική συμπεριφορά πολυμερών, κεραμικών και μεταλλικού γυαλιού.

Στην αντοχή υλικών, ο όρος fracture toughness ή αλλιώς δυσκαμψία θραύσεως, είναι μία ιδιότητα που περιγράφει την ικανότητα ενός υλικού που έχει μία ρωγμή να αντέξει σε θραύση, και αποτελεί μια από τις σπουδαιότερες ιδιότητες οποιουδήποτε υλικού για πάρα πολλές εφαρμογές. Τα πειράματα σκληρομέτρησης μπορούν να δώσουν σχετικές πληροφορίες κάτω από προϋποθέσεις φόρτισης, αλλά δεν θα επεκταθούμε περισσότερο στο θέμα αυτό.

Εδώ και αρκετά χρόνια έχει θεωρηθεί πως η επαφή ενός υλικού με μία πειραματική διάταξη ενός διεισδυτή μπορεί να χαρακτηρίσει τις μηχανικές ιδιότητες ενός υλικού το ίδιο καλά ποσοτικά όσο και οι συμβατικές μέθοδοι (μονοαξονική συμπίεση κ.α.).

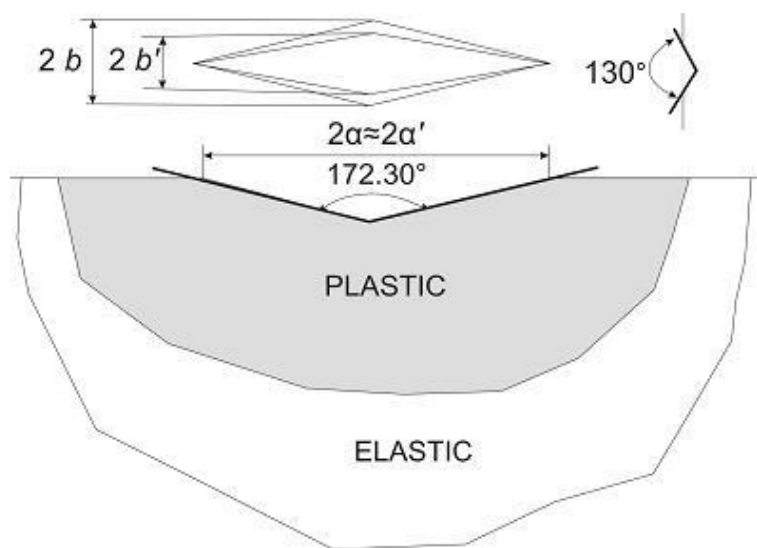
Αυτού του είδους οι μετρήσεις καταγράφουν τη συνεχή αλλαγή του βάθους διείσδυσης h , σαν συνάρτηση του φορτίου διείσδυσης P . Οι διαθέσιμοι διεισδυτές στο εμπόριο ποικίλουν σε γεωμετρία αφού μπορεί κανείς να βρει από μορφή πυραμίδας, κώνους ή σφαίρας. Η μορφολογία, το μέγεθος του διεισδυτή, το μέγιστο βάθος διείσδυσης, αποτελούν το κλειδί στον υπολογισμό του ελαστικών και πλαστικών μηχανικών ιδιοτήτων.

Για τη μέτρηση της σκληρότητας έχουν προταθεί πολλές μέθοδοι οι οποίες είναι σήμερα κοινά αποδεκτές. Οι μέθοδοι Vickers και Knoop είναι δύο από αυτές. Και στις δύο μεθόδους ένας συμμετρικός διεισδυτής διεισδύει στην επιφάνεια του δοκιμίου κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες φόρτισης. Η σκληρότητα προκύπτει διαιρώντας το φορτίο με την προβολή της επιφάνειας του εντυπώματος. Ένα σημαντικό στοιχείο είναι πως το μέτρο ελαστικότητας και η αντοχή θραύσης του υπό εξέταση υλικού μπορούν να υπολογιστούν από τέτοιες μετρήσεις σκληρότητας κατά Vickers και Knoop.

Με βάση τις μετρήσεις ενός διεισδυτή Knoop ο Marshall περιγράφει τη μέθοδο με βάση την οποία μπορούμε να υπολογίσουμε το λόγο σκληρότητας προς το μέτρο ελαστικότητας H/E . Πιο συγκεκριμένα συσχετίζει τη μείωση του μήκους των μικρών διαγωνίων του εντυπώματος, που προκαλείται εξαιτίας της ελαστικής επαναφοράς του υλικού (βλέπε Σχ. 6.2).

6.2 Ανασκόπηση της μεθόδου

Το πείραμα διείσδυσης κατά Knoop, με τη βοήθεια των μετρήσεων της ελαστικής επαναφοράς των διαστάσεων του εντυπώματος καταλήγει στην εκτίμηση του λόγου σκληρότητας προς μέτρο ελαστικότητας H/E με ακρίβεια κοντά στο 90%. Προϋπόθεση της σωστής διεξαγωγής του πειράματος είναι ότι οι μετρήσεις θα πρέπει να γίνονται απουσία ρωγμών, πράγμα που απαιτεί προσεκτική μέτρηση των ιχνών (εντυπωμάτων) με τη βοήθεια ηλεκτρονικού μικροσκοπίου. Στο ακόλουθο Σχήμα 6.2 φαίνεται η γεωμετρία του πειράματος Knoop.



Σχήμα 6.2 Η γεωμετρία του πειράματος Knoop.

Σκιασμένη φαίνεται η ζώνη πλαστικής παραμόρφωσης και έξω από αυτήν η ζώνη ελαστικής παραμόρφωσης. Οι διαστάσεις a , b είναι πριν την ελαστική επαναφορά και οι a' , b' είναι μετά την ελαστική επαναφορά (δηλαδή μετά την αποφόρτιση).

Η γεωμετρία του διεισδυτή στην κατάσταση πλήρους φόρτισης καθορίζει τον λόγο των a και b στην επιφάνεια επαφής, $a/b=7.11$. Κατά την αποφόρτιση λαμβάνει χώρα ελαστική επαναφορά όπου παρατηρείται μείωση της μικρής διαγωνίου, αλλά και του βάθους του εντυπώματος. Αντίθετα η μεγάλη διαγώνιος δεν μεταβάλλεται (εάν $H/E < 0.05$). Το ποσοστό της επαναφοράς εξαρτάται σημαντικά από το λόγο σκληρότητας προς μέτρο ελαστικότητας H/E . Δηλαδή υλικά με υψηλό λόγο H/E (πολύ ελαστικά υλικά) δίνουν μεγαλύτερη επαναφορά, ενώ η τελευταία είναι μηδενική σε υλικά με μικρό λόγο H/E (πλαστικά υλικά). Αυτή είναι και η αιτία που το κλάσμα των διαστάσεων b'/a' αποτελεί μέτρηση του λόγου H/E .

6.3 Τυποποίηση του προβλήματος και κυρίαρχες εξισώσεις

Η ανάλυση της παρούσας εργασίας είναι ισοθερμική και ψευδο-στατική. Θεωρείται συνεχής η καταστατική συμπεριφορά του υλικού. Αυτό σημαίνει ότι τα παρόντα αποτελέσματα είναι συμβατά για βάθη διείσδυσης πολύ μεγαλύτερα από κάθε χαρακτηριστικό μέγεθος της μικροδομής του υλικού όπου γίνεται η διείσδυση.

Η ιχνηλάτιση της παραμόρφωσης του σημείου x_i (Καρτεσιανό σύστημα), με αρχικές τιμές X_i έχει ως εξής:

$$x_i = X_i + u_i \quad (6.1)$$

με u_i τις συνιστώσες του διανύσματος παραμόρφωσης \vec{u} . Εάν \dot{u}_i είναι η ταχύτητα του υλικού, τότε ο ρυθμός παραμόρφωσης $\dot{\epsilon}_{ij}$ και η περιστροφή Ω_{ij} , καθορίζονται ως το συμμετρικό και αντισυμμετρικό μέρος του $\partial \dot{u}_i / \partial x_j$, όπου $\partial \dot{u}_i / \partial x_j$ είναι η κλίση του ρυθμού παραμόρφωσης. Επίσης υποθέτουμε ότι ο ρυθμός παραμόρφωσης μπορεί να καταμεριστεί σε ελαστικό μέρος $\dot{\epsilon}_{ij}^e$ και σε πλαστικό μέρος $\dot{\epsilon}_{ij}^p$ και ότι οι συνολικές ελαστικές παραμορφώσεις πρέπει να είναι μικρές συγκρινόμενες με τις πλαστικές. Δηλαδή,

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (6.2)$$

Αρχικά η απόκριση είναι ελαστική και υποθέτουμε υποελαστικότητα, θεωρώντας ότι οι ελαστικές παραμορφώσεις είναι μικρότερες των πλαστικών (πράγμα που ελέγξαμε από τους υπολογισμούς). Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία επάνω στη πλαστικότητα κατά Mises (Giannakopoulos & Zisis 2011), υποθέτουμε ότι η ελαστική απόκριση περιγράφεται από το Jaumann ρυθμό των τάσεων Kirchhoff:

$$\hat{\tau}_{ij} = \dot{\tau}_{ij} - (\Omega_{ik} \tau_{kj} + \tau_{il} \Omega_{lj}) \quad (6.3)$$

όπου Ω_{ik} είναι ο ρυθμός στροφής.

Στη συνέχεια οι τάσεις Kirchhoff τ_{ij} συνδέονται με τις τάσεις Cauchy σ_{ij} ως $\sigma_{ij} = J \tau_{ij}$, όπου J είναι η ορίζουσα του τανυστή της κλίσης των παραμορφώσεων ($\partial x_i / \partial X_j$). Πρέπει $J > 0$ για να εξασφαλισθεί η μοναδικότητα των υλικών σημείων. Ο ισότροπος υποελαστικός καταστατικό νόμος έχει ως εξής:

$$\hat{\tau}_{ij} = C_{ijkl}^e \dot{\epsilon}_{kl}, \quad \text{with } C_{ijkl}^e = E(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} + \frac{2\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \delta_{kl}) \quad (6.4)$$

Όπου δ_{ij} είναι ο μοναδιαίος τανυστής.

Όταν η απόκριση γίνεται πλαστική, το μοντέλο που χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία είναι μία επέκταση του μοντέλου Drucker-Prager (Drucker-Prager, 1952). Το τροποποιημένο μοντέλο που χρησιμοποιούμε επιτρέπει μία τέτοια απόκριση του υλικού που η αντοχή διαρροής σε θλίψη μπορεί να είναι διαφορετική από την αντοχή διαρροής σε εφελκυσμό (για παράδειγμα σύνθετα ή πολυμερικά υλικά) και επίσης επιτρέπει στο υλικό να 'σκληραίνει' ή να 'μαλακώνει' ισότροπα. Επιπλέον, το μοντέλο Drucker-Prager επιτρέπει την ογκομετρική μεταβολή με ανελαστική συμπεριφορά και συμφώνως με αυτό, το υλικό μπορεί να μην αντιμετωπισθεί ως ασυμπίεστο. Από την άλλη, το παρόν μοντέλο επιτρέπει τη χρήση μη σχετιζόμενων κανόνων διαρροής (non-associative flow rule). Το κριτήριο διαρροής προσφέρει διαφορετικών μορφών επιφάνειες διαρροής στο μεσημβρινό επίπεδο (αυτό που περιλαμβάνει τη γραμμή υδροστατικής πίεσης). Ορίζουμε την υδροστατική πίεση ως

$$p = -\frac{1}{3} I_1 = -\frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (6.5)$$

Επιπλέον ορίζουμε τον αποκλίνοντα κανόνα έντασης ως

$$t = \frac{q}{2} \left[1 + \frac{1}{K} - \left(1 - \frac{1}{K} \right) \left(\frac{J_3}{q} \right)^3 \right] \quad (6.6)$$

Όπου q είναι η ισοδύναμη τάση :

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}(s_{ij}s_{ij})} = \sqrt{3I_2} \quad (6.7)$$

Με τον αποκλίνοντα τανυστή έντασης ως

$$s_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij} \quad (6.8)$$

Και

$$J_3 = \left(\frac{9}{2} s_{ij}s_{ij}s_{ij} \right)^{1/3} = \sqrt[3]{\frac{27}{2} I_3} \quad (6.9)$$

Είναι η τρίτη αμετάβλητη του αποκλίνοντα τανυστή έντασης. Τέλος, β είναι η γωνία τριβής του υλικού στο μεσημβρινό επίπεδο έντασης (Σχήμα B1(a), Βλέπε Παράρτημα Β).

Το κριτήριο διαρροής υποθέτουμε στην παρούσα εργασία ότι έχει γραμμική μορφή:

$$F = t - p \tan \beta - d = 0 \quad (6.10)$$

Ως συνήθως όταν $F < 0$ το υλικό υπό συνθήκες συμπεριφέρεται ελαστικά, και όταν $F = 0$, το υλικό συμπεριφέρεται ελαστοπλαστικά. Σημειώνουμε ότι η επαπτόμενη της γωνίας τριβής σε κεραμικά υλικά είναι 0.95 για Mg-PSZ, 1.33 για Ce-TZP και 1.19 για κεραμικά που περιλαμβάνουν ZrO_2 (Chen & Reyes-Morel, 1986). Οι ίδιες τιμές για μεταλλικά υλικά είναι μεταξύ 0.024 και 0.11 (Spitzig et al 1975, 1976) και για πολυμερή είναι μεταξύ 0.17 και 0.43 (Kinloch & Young, 1983). Στη συνέχεια ορίζουμε ως d την παράμετρο σκληρότητας που μετρά τη συνοχή του υλικού. Σημειώνουμε ότι το μοντέλο που περιγράφεται στην εξίσωση 10 παρέχει ένα μη κυκλικό τομέα στο αποκλίνον επίπεδο, σχετιζόμενη ανελαστική ροή στο αποκλίνον επίπεδο και ξεχωριστή διαστολή και γωνίες τριβής.

Σημειώνουμε ότι K είναι μία παράμετρος του υλικού που αντιστοιχεί σε ένα παράγοντα που καθορίζει την αναλογία μεταξύ της τάσης διαρροής σε τριαξονική συμπίεση και τριαξονικό εφελκυσμό. Για να διασφαλισθεί η κυρτότητα της επιφάνειας διαρροής θα πρέπει $0.778 < K < 1$. Στο Σχήμα B1(b) (Παράρτημα Β), δύο τυπικές επιφάνειες διαρροής φαίνονται για το γραμμικό μοντέλο στο αποκλίνον επίπεδο. Για την επιφάνεια διαρροής 'α' στο σχήμα το $K=1$, ενώ για την επιφάνεια διαρροής b, $K=0.8$. Όταν η τριαξονικός εφελκυσμός είναι ίσος με την τριαξονική συμπίεση τότε το $K=1$, η εξάρτηση στην τρίτη αμετάβλητη του αποκλίνοντα τανυστή

έντασης απαλείφεται και η επιφάνεια διαρροής είναι ίδια με τον κύκλο του von Mises στο κύριο αποκλίνον επίπεδο. Γενικά η σπουδαιότητα του τρίτου αποκλίνοντα τανυστή είναι μικρής σημασίας όσον αφορά το πρόβλημα της διεύθυνσης κατά Κνοορ. Αυτό επίσης επαληθεύεται υπολογίζοντας την δεύτερη και Τρίτη αμετάβλητη αναλυτικά για το κλασσικό πρόβλημα ενός ελαστικού ημι-χώρου φορτιζόμενου από μία συγκεντρωμένη κύρια δύναμη (Βλ. Παράρτημα Α).

Συμφώνως, $d = \left(1 - \frac{1}{3} \tan \beta\right) \sigma_c$ εάν η φόρτιση καθορίζεται από τη αντοχή διαρροής σε -μονοαξονική συμπίεση σ_c : $d = \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{3} \tan \beta\right) \sigma_t$, εάν η φόρτιση καθορίζεται από την αντοχή διαρροής σε μονοαξονικό εφελκυσμό σ_t και εάν η φόρτιση καθορίζεται από την διατμητική τάση διαρροής τ . Επιπλέον, θεωρείται μία πιθανή ροή, $G=G(t,p)$ τέτοια ώστε

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (6.11)$$

Στο παρόν μοντέλο καθορίζουμε ως G την πιθανή ροή, με

$$G = t - p \tan \psi \quad (6.12)$$

Σε αυτή την περίπτωση $d\lambda = \frac{d\bar{\varepsilon}^p}{\eta}$ και $\eta = \left(1 - \frac{1}{3} \tan \psi\right)$ εάν η φόρτιση καθορίζεται από μονοαξονική συμπίεση, $\eta = \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{3} \tan \psi\right)$ εάν η φόρτιση καθορίζεται από μονοαξονικό εφελκυσμό και $\eta = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{K}\right)$ εάν η φόρτιση καθορίζεται από καθαρή διάτμηση. Τελικώς, $d\bar{\varepsilon}^p = |d\varepsilon_{11}^p|$ στην περίπτωση μονοαξονικής συμπίεσης και μονοαξονικού εφελκυσμού, και $d\bar{\varepsilon}^p = \frac{d\gamma^p}{\sqrt{3}}$ για την καθαρή διάτμηση όπου γ^p είναι η μηχανική πλαστική παραμόρφωση.

Στη Σχέση 6.12, ψ είναι η γωνία διαστολής στο p - t επίπεδο και η γεωμετρική ερμηνεία του ψ φαίνεται στο p - t διάγραμμα του Σχήματος Β1(α) (Παράστημα Β). Η συνθήκη του Taylor επιβάλλει $0 \leq \psi \leq \beta$, δηλαδή η γωνία διαστολής πρέπει να είναι μικρότερη της γωνίας τριβής. Για μερικά rate-independent πλαστικά μοντέλα η διεύθυνση ροής είναι η ίδια με τη διεύθυνση της προς τα έξω κύριας στην επιφάνεια διαρροής. Τέτοια μοντέλα περιγράφονται με τον όρο πλαστικά μοντέλα συνειρμικής ροής. Παρόλο που τέτοια μοντέλα είναι χρήσιμα για υλικά στα οποία οι κινήσεις εξάρθρωσης παρέχουν τους βασικούς μηχανισμούς πλαστικής ροής όταν δεν υπάρχουν ξαφνικές αλλαγές στο ρυθμό της κατεύθυνσης πλαστικής ροής σε ένα σημείο, δεν είναι γενικά ακριβή για υλικά των οποίων η ανελαστική παραμόρφωση προκαλείται αρχικά από μηχανισμούς τριβής. Ειδικά στη σύσταση των πολυμερών και σύνθετων υλικών, το ενδιαφέρον είναι κυρίως στη χρήση μη συνδεδεμένων κανόνων ροής. Γενικά εάν $G \neq F$,

τότε η ροή είναι μη σχετιζόμενη. Σε αυτή την περίπτωση η ελαστοπλαστική εφαπτόμενη ακαμψία μπορεί να μην είναι θετική. Επιστρέφοντας στην Σχέση 6.12 φαίνεται πως η ροή σχετίζεται με το αποκλίνον επίπεδο, επειδή η επιφάνεια διαρροής και η πιθανή ροή έχουν την ίδια λειτουργική εξάρτηση στο t . Ωστόσο η γωνία διαστολής και η γωνία τριβής του υλικού μπορεί να διαφέρουν, έτσι ώστε το μοντέλο να μην σχετίζεται στο p - t επίπεδο. Για παράδειγμα, εάν $\psi=0$, το υλικό είναι μη-διαστολικό και η ανελαστική παραμόρφωση είναι ασυμπίεστη. Εναλλακτικά, εάν $\psi=\beta$ το μοντέλο σχετίζεται απόλυτα. Για $\psi \geq 0$ το υλικό διαστέλλεται και για $\psi=\beta$ και $K=1$, το γνήσιο μοντέλο Drucker-Prager (1952) ανακύπτει. Επιπλέον, εάν $\psi=\beta=0$ και $K=1$ το γνήσιο κριτήριο διαρροής von Mises ανακύπτει. Σε αυτή την τελευταία περίπτωση, το μοντέλο Drucker-Prager περιγράφει ικανοποιητικά πολλά κοινά μέταλλα και κράματά τους. Όταν ο βαθμός ευαισθησίας πίεσης είναι μεγάλος, τότε το μοντέλο μπορεί να χαρακτηρίσει μαρτενσιτικές παραμορφώσεις προκαλούμενες από ένταση, όπως οι τετραγωνες σε μονοκλινική παραμόρφωση των τετραγώνων σταθεροποιημένων σύνθετων που περιλαμβάνουν ζirkόνιο. Από την άλλη πλευρά, όταν η ευαισθησία πίεσης είναι μικρή, το μοντέλο Drucker-Prager μπορεί να χαρακτηρίσει πολυμερή υλικά, όπως η πολυκαρβονική βιφαινόλη. Τελικώς υπάρχουν περιπτώσεις όπου ο βαθμός ευαισθησίας πίεσης είναι αρνητικός και χαρακτηρίζει παραμορφώσεις προκαλούμενες από ένταση σε υλικά όπως η σιλικόνη. Θεωρώντας την παράμετρο διαστολής σημειώνουμε ότι η άργιλος για παράδειγμα χαρακτηρίζεται από ένα πολύ μικρό μέγεθος διαστολής ($\psi \approx 0$), η άμμος παρουσιάζει μία γωνία διαστολής εξαρτώμενη από την γωνία εσωτερικής τριβής ($\psi \approx \beta - 30^\circ$ με $\beta > 30^\circ$), ενώ αρνητικές τιμές γωνίας διαστολής είναι αποδεκτές για χαλαρή άμμο.

Επιστρέφοντας στις καταστατικές εξισώσεις του προβλήματος, η οριακή σχέση τάσης-παραμόρφωσης μπορεί γενικά να προκύψει από τον ακόλουθο κανόνα:

Η συνολική οριακή παραμόρφωση δίδεται από

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (6.13)$$

Εναλλακτικά, σε ελαστοπλαστική φόρτιση γράφεται

$$d\sigma_{ij} = \left(C_{ijkl}^e + C_{ijkl}^p \right) d\varepsilon_{kl} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} d\varepsilon_{kl} \quad (6.14)$$

Για τη μη σχετιζόμενη περίπτωση των Σχέσεων 6.11 και 6.12 έχουμε

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \left(\tan \psi \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{q} \right) \quad (6.15)$$

Σύμφωνα με τον Aravas (1987) για $K=1$ και $t=q$ και λαμβάνοντας τη συνάρτηση διαρροής και συνάρτηση ροής από τις Σχέσεις 6.10 και 6.12 αντίστοιχα, τότε

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\varepsilon_p \frac{\delta_{ij}}{3} + d\varepsilon_q \frac{3}{2q} s_{ij} \quad (6.16)$$

Το ογκομετρικό πλαστικό όριο παραμόρφωσης σε αυτή την περίπτωση

$$d\varepsilon_p = d\lambda \tan \psi \quad (6.17)$$

Και το αποκλίνον πλαστικό όριο παραμόρφωσης

$$d\varepsilon_q = d\lambda \quad (6.18)$$

Είναι φανερό ότι $\tan \psi = \frac{d\varepsilon_p}{d\varepsilon_q}$ και έτσι $\varepsilon_p = \varepsilon_q \tan \psi$, εάν αρχικά δεν υπήρχαν πλαστικές παραμορφώσεις.

Τώρα καθορίζεται η πρόβλεψη της ελαστικής έντασης ως

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}^e \left[\left(\varepsilon_{kl}^e \right)_t + \Delta \varepsilon_{ij} \right] = s_{ij}^e + \frac{\sigma_{kk}^e}{3} \delta_{ij} = s_{ij}^e - p^e \delta_{ij} \quad (6.19)$$

Όπου $(\varepsilon_{kl}^e)_t$ είναι η περιστρεφόμενη ελαστική ένταση που αριθμητικά καθορίζεται οριακά από τον αλγόριθμο του Hughes και Winget (1980).

Τότε σε κάθε στιγμή πλαστικής φόρτισης, οι διευθύνσεις της αποκλίνουσας πλαστικής παραμόρφωσης είναι

$$n_{ij} = \frac{3}{2q} s_{ij} = \frac{3}{2q^e} s_{ij}^e \quad (6.20)$$

Ο τανυστής τάσεων γράφεται ως

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \frac{2}{3} q n_{ij} \quad (6.21)$$

Η ολοκλήρωση των ελαστο-πλαστικών εξισώσεων (για την περίπτωση $K=1$) δίνονται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$\begin{aligned}
\Delta \varepsilon_p - \Delta \varepsilon_q \tan \psi &= 0 \\
q - p \tan \beta - d &= 0 \\
p &= p^e + \frac{E}{3(1-2\nu)} \Delta \varepsilon_p \\
q &= q^e + \frac{3E}{2(1+\nu)} \Delta \varepsilon_q
\end{aligned} \tag{6.22}$$

Τα παραπάνω δίνουν ακριβώς

$$\Delta \varepsilon_q = \frac{q^e - p^e \tan \beta - d}{\frac{E}{2(1+\nu)} + \frac{E}{3(1-2\nu)} \tan \beta \tan \psi} \tag{6.23}$$

$$\Delta \varepsilon_p = \Delta \varepsilon_q \tan \psi$$

Με $q^e - p^e \tan \beta - d \geq 0$, που σημαίνει ότι η ελαστική πρόβλεψη καταστέλλει την επιφάνεια διαρροής.

Ο εφαπτομενικός πίνακας ακαμψίας δίνεται:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{kl}} &= \frac{E}{(1+\nu)} \frac{q}{q^e} J'_{ijkl} + \frac{E}{3(1-2\nu)} (1 - m_{\underline{p}\underline{l}}) \delta_{ij} \delta_{kl} \\
&+ \frac{2E}{3(1+\nu)} \left(1 - \frac{q}{q^e} - \frac{3}{2} m_{\underline{q}\underline{n}} \right) n_{ij} n_{kl} - \frac{E}{(1+\nu)} m_{\underline{q}\underline{l}} n_{ij} \delta_{kl} - \frac{E}{3(1-2\nu)} m_{\underline{p}\underline{n}} \delta_{ij} n_{kl}
\end{aligned} \tag{6.24}$$

Ενώ η συμμετρία του εφαπτομενικού πίνακα ακαμψίας υποδηλώνει ότι:

$$\frac{1}{3(1-2\nu)} m_{\underline{p}\underline{n}} = \frac{1}{(1+\nu)} m_{\underline{q}\underline{l}} \text{ και έτσι } \tan \beta = \tan \psi \text{ ή } \beta = \psi \text{ (normality or associativity)}$$

Με

$$J'_{ijkl} = \frac{(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})}{2} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \tag{6.25}$$

Και

$$\begin{aligned}
 m_{\underline{pl}} &= \frac{A_{22}B_{11} - A_{12}B_{21}}{D}, \quad m_{\underline{ql}} = \frac{A_{11}B_{21} - A_{21}B_{11}}{D} \\
 m_{\underline{pn}} &= \frac{A_{22}B_{12} - A_{12}B_{22}}{D}, \quad m_{\underline{qn}} = \frac{A_{11}B_{22} - A_{21}B_{12}}{D} \\
 D &= A_{11}A_{22} - A_{21}A_{12} \\
 A_{11} &= \frac{-E}{3(1-2\nu)} \tan \psi, \quad A_{21} = 1 \\
 A_{12} &= \frac{E}{2(1-2\nu)} \tan \psi, \quad A_{22} = -\tan \beta \\
 B_{11} &= \frac{-E}{3(1-2\nu)} \tan \psi, \quad B_{21} = 0 \\
 B_{12} &= \frac{-E}{1+\nu} \tan \psi, \quad B_{22} = 0
 \end{aligned} \tag{6.26}$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις, μετά από κατάλληλες τροποποιήσεις έχουμε

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{E}{3(1-2\nu)} \tan \psi \left(\tan \beta - \frac{3}{2} \right) \\
 m_{\underline{pl}} &= \frac{E \tan \beta \tan \psi}{3(1-2\nu)D} = \frac{\tan \beta}{\tan \beta - 3/2} \\
 m_{\underline{ql}} &= \frac{E \tan \psi}{3(1-2\nu)D} = \frac{1}{\tan \beta - 3/2} \\
 m_{\underline{pn}} &= \frac{E \tan \beta}{(1+\nu)D} = \frac{3(1-2\nu) \tan \beta}{(1+\nu) \tan \psi (\tan \beta - 3/2)} \\
 m_{\underline{qn}} &= \frac{-E}{(1+\nu)D} = \frac{3(1-2\nu)}{(1+\nu)(\tan \beta - 3/2)}
 \end{aligned} \tag{6.27}$$

Συμφώνως, η ακαμψία $\partial \sigma_{ij} / \partial \varepsilon_{kl}$ είναι θετική, εάν $\beta < 3/2$ και άρα $\beta < 56.3^\circ$.

Επιπρόσθετα, ο καταστατικός νόμος είναι ομογενής (ελαστοπλαστικές ιδιότητες ανεξάρτητες του X_i και με σκοπό να απλοποιήσουμε την ερμηνεία των αποτελεσμάτων, υποθέτουμε ελαστική-απολύτως πλαστική απόκριση υλικού (χωρίς κράτυνση).

Με την απουσία δυνάμεων σώματος και αδράνειας, οι εξισώσεις ισορροπίας που πρέπει να ικανοποιούνται σε ολόκληρο το σώμα είναι:

$$\partial \sigma_{ij} / \partial x_j = 0 \quad (6.28)$$

Με σκοπό να επιλυθεί το πρόβλημα οριακών τιμών που περιγράφηκε παραπάνω, χρησιμοποιήθηκε το γενικό πρόγραμμα επιλύσεων ABAQUS. Παρόμοια δίκτυα χρησιμοποιήθηκαν στους υπολογισμούς και στο παρελθόν (Giannakopoulos & Zisis, 2011 και Zisis & Giannakopoulos, 2011). Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διείσδυσης κατά Knoop φαίνονται στο Σχήμα B2 (Παράρτημα Β). Εκεί παρουσιάζονται οι τρεις χαρακτηριστικές επιφάνειες που περιλαμβάνονται στην περιοχή. Ορίζουμε ως h το βάθος διείσδυσης, ως l την ακτίνα επαφής κατά τη διεύθυνση- x και ως m την ακτίνα επαφής κατά τη διεύθυνση- y . Θ και Φ είναι οι εσωτερικές γωνίες του διεισδυτή Knoop όπως φαίνονται στο ίδιο σχήμα με $\Theta=65^\circ$ και $\Phi=86.25^\circ$. Η πραγματική προβολή της επιφάνειας επαφής γενικά διαφέρει από το σχήμα της πυραμιδοειδούς βάσης. Υποθέτουμε ότι ένας άκαμπτος διεισδυτής διεισδύει σε ένα ομογενές, ισότροπο rate-independent ημι-άπειρο σώμα. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της πυραμίδας Knoop περιγράφονται από την ρομβοειδή βάση του με λόγο πλευρών 1:7.11. Στην περίπτωση ανισοτροπίας του υλικού ή αστάθειας της επιφανειακής φόρτισης, ολόκληρο το σώμα θα πρέπει να μοντελοποιηθεί. Σε αυτή την εργασία, υποθέτουμε ισοτροπία και σταθερότητα της επιφάνειας επαφής- configurational stability-. Αυτό το ελέγξαμε αριθμητικά σε λίγες περιπτώσεις. Πραγματοποιήθηκε στατική, ισοθερμική ανάλυση και η διείσδυση υποθέτουμε πως συμβαίνει με τέτοιο τρόπο ώστε να αγνοούνται οι δυναμικές επιρροές εξαιτίας της κινητικής ενέργειας του διεισδυτή. Υποθέτουμε κλασσική καταστατική συμπεριφορά για το σώμα του διεισδυτή που σημαίνει ότι τα αποτελέσματα είναι ουσιώδη όταν το χαρακτηριστικό μέγεθος της μικροδομής του υλικού (μέγεθος κόκκου) δεν επηρεάζεται από το εύρος της ακμής του διεισδυτή. Σε όλους τους υπολογισμούς υποθέσαμε συνθήκες επαφής άνευ τριβής. Υπολογισμοί με σχετικά μικρό συντελεστή τριβής (0.1) δεν έδωσαν μεγάλες αποκλίσεις στα συμπεράσματά μας.

Το πρόβλημα της πυραμιδοειδούς διείσδυσης σε ημι-χώρο είναι μη γραμμικό. Ένας κύριος λόγος είναι το γεγονός ότι η επιφάνεια επαφής δεν είναι γνωστή a priori. Χρησιμοποιείται μία μέθοδος για τον προσδιορισμό της πίεσης επαφής, όπου η πίεση επαφής σε ένα σημείο της παραμορφωμένης επιφάνειας δίδεται ως συνάρτηση της προσέγγισης της επιφάνειας επαφής, όπως προβλέφθηκε με την απουσία περιορισμών επαφής. Υπολογιστικές δυσκολίες ανακύπτουν εξαιτίας των χαρακτηριστικών διαστάσεων του διεισδυτή και η προκύπτουσα επιφάνειας επαφής είναι δύσκολο να χειρισθεί υπολογιστικά εξαιτίας του πολύ μεγάλου λόγου των ακμών του εντυπώματος m/l . Μεγάλη σπουδαιότητα έχει η κατασκευή ενός δικτύου που παρέχει μεγάλη ακρίβεια και συγχρόνως αποτελεσματικό στους υπολογισμούς πεπερασμένων στοιχείων. Το Σχήμα B2(a) (Παράρτημα Β), δείχνει πως το σώμα του υλικού που υπόκειται σε διείσδυση ορίζεται από έξι χαρακτηριστικές επιφάνειες. Οι

κόμβοι των επιπέδων II, III και IV μπορούν να παραμορφωθούν μόνο στα δικά τους επίπεδα. Το επίπεδο I είναι η επιφάνεια διείσδυσης που περιλαμβάνει τα στοιχεία επαφής. Το επίπεδο IV έχει μηδενικές κατακόρυφες παραμορφώσεις. Η πολύ καλή διαίρεση του δικτύου κοντά στην ακμή του διεισδυτή επιτρέπει μία καλή ανάλυση της επιφάνειας επαφής (Σχήμα B3(a) και (b), Παράρτημα Β). Τα σχήματα που περιλαμβάνουν τις ισουψείς σημαντικών μηχανικών μεταβλητών θα παρουσιασθούν για τα επίπεδα I, II και III. Τα δίκτυα πεπερασμένων στοιχείων κατασκευάστηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε να συμπεριλάβουν τη λύση κοντά στην περιοχή της διείσδυσης σύμφωνα με την ελαστική επίλυση του Boussinesq (Παράρτημα Α για λεπτομέρειες). Χρησιμοποιήθηκαν οκτακομβικά τρισδιάστατα στοιχεία.

6.4 Αποτελέσματα και σύνοψη

Σε αυτή την παράγραφο θα παρουσιασθούν τα αποτελέσματα των υπολογισμών πεπερασμένων στοιχείων. Θα επαναλάβουμε πολλά από τα αποτελέσματα των Zisis and Giannakopoulos μαζί με διάφορες τροποποιήσεις που κάναμε και άλλες επιβεβαιώσεις και επεκτάσεις. Πρέπει να τονίσουμε ότι σε πρόβλημα αιχμηρής διείσδυσης (σε αντίθεση με άλλα κοινά προβλήματα επαφής, όπως σφαιρικά, κυλινδρικά ή ακόμη επίπεδης φρέζας) η παροδική κατάσταση που παρατηρείται, για την επιφάνεια επαφής και τη μέση πίεση μέχρι την επίτευξη σταθερής λύσης, είναι μόνο αριθμητικής φύσεως και χωρίς κανένα φυσικό νόημα. Στην πραγματικότητα, αποτελέσματα για την ανάλυση της διείσδυσης κατά Knoop (Giannakopoulos & Zisis, Zisis & Giannakopoulos 2011) έδειξαν ότι αριθμητικά υπάρχουν περιορισμοί. Στο φυσικό πρόβλημα δεν υπάρχει χαρακτηριστικό μήκος, αλλά αριθμητικά το μέγεθος του στοιχείου εισάγει ένα τεχνητό χαρακτηριστικό μήκος. Τελικά παρατηρούμε ότι η εργασία τείνει να εστιάζει και σε μικρές και σε μεγάλες ελαστικές παραμορφώσεις, σε σχέση με τις πλαστικές, με σκοπό να εκτιμήσει τη συμπεριφορά μεγάλης γκάμας υλικών υπό διείσδυση.

Για λόγους εγκυρότητας και πληρότητας, ο Πίνακας 6.1 περιλαμβάνει επιλεκτικά ελαστοπλαστικά δεδομένα για ένα εύρος υλικών συνοδευόμενα από πειραματικά αποτελέσματα της βιβλιογραφίας για διεισδύσεις Knoop και Vickers των Pask (1961), Davidge (1979), Heard & Cline (1980), Grady (1983), Cook & Pharr (1990), Lankford (1991), Chawla (1993), Sakai (1993), Subash & Nemat-Nasse (1993), Adler (1994) και Kondo et al (1994). Γενικά, ο λόγος σ_{90}/E ποικίλει από 10^{-6} έως $6 \cdot 10^{-2}$ αποκαλύπτοντας πως αυστηρά απόλυτα-πλαστική προσέγγιση δεν θα ήταν γενικά επαρκής (Ashby and Jones, 2005). Τελικά, σημειώνουμε ότι τα πειραματικά αποτελέσματα όσον αφορά τη σκληρότητα για τη διείσδυση Knoop, είναι πολύ κοντά με αυτά που παίρνουμε για τη διείσδυση κατά Vickers, ενώ πάντα τα αποτελέσματα κατά Knoop είναι λίγο μικρότερα από αυτά κατά Vickers.

Πίνακας 6.1 Μέτρο Ελαστικότητας, λόγος Poisson, αντοχές διαρροής, μετρημένη ακαμψία Vickers, σκληρότητα Vickers και Κnoop για διάφορα υλικά.

Υλικό	E (GPa)	ν (GPa)	σ _c (MPa)	σ _t (MPa)	Μετρημένη ακαμψία Vickers C _v (GPa)	Μετρημένη σκληρότητα Κnoop H _k (GPa)	Μετρημένη σκληρότητα Vickers H _v (GPa)
PMMA	3.71	0.4	98	79.2	5.6	0.18	
HDPE	0.94	0.45	31.9	22.8	1.6		
Dionysos Marble	58.33		92.77	6.3		1.304	
Carrera Marble	60.6		83.85	4.8		1.457	
Gioia Marble	58.3		104	7.5		1.518	
White Crystallina of Naxos	36.28		90.6	4.19		1.45	
9Ma-PSZ (40%t)	210	0.31	1400	600		11.8	11.5
Amorphous glass	96	0.36	1400	801.4	135.8		6.66
MgO	279	0.2	1890	945		5.62	6.12
AlN (hot pressed)	305	0.21	800	400		11	
Diamond	1000	0.02				80	

6.4.1 Δύναμη, ακαμψία επαφής και μέση πίεση

Τα δύο πιο σημαντικά χαρακτηριστικά που δίνονται από ένα πείραμα διείσδυσης είναι η σχέση φορτίου-βάθους διείσδυσης P-h και η σκληρότητα (που είναι η μέση πίεση επαφής p_{av}). Το τμήμα φόρτισης της καμπύλης P-h είναι πάντα παραβολικό και απουσιάζει κάθε χαρακτηριστικό μήκος,

$$P = - \int_{\Gamma_c} \sigma_{2j} N_j d\Gamma_c = Ch^2 \quad (6.29)$$

Όπου Γ_c είναι η πραγματική επιφάνεια επαφής και N_j είναι το προς το εσωτερικό κύριο διάνυσμα στην επιφάνεια του διεισδυτή.

Για τον ίδιο λόγο όπως παραπάνω, η μέση πίεση διείσδυσης p_{av} σε φόρτιση είναι σταθερή και ίση με

$$p_{av} = \frac{P}{A} = g\sigma_{Y0}, \quad (6.30)$$

Όπου σ_{Y0} είναι η τάση διαρροής σε εφελκυσμό, με την πραγματική επιφάνεια επαφής να είναι

$$A = fh^2 \quad (6.31)$$

Στους αριθμητικούς υπολογισμούς, περίπου 40 με 60 επιφανειακά στοιχεία ήρθαν σε επαφή με τον άκαμπτο διεισδυτή. Σημειώνουμε πως η Σχέση 6.29 είναι ο νόμος του Kick (Kick, 1885). Όπως πρότειναν οι Hays και Kendall (1973), η επιρροή του μεγέθους της διείσδυσης μπορεί να εμφανισθεί στην κατά Knoop διείσδυση με την p_{av} να μειώνεται με τη φόρτιση μέχρι μία εσωτερική τιμή που είναι ανεξάρτητη από την περαιτέρω αύξηση του φορτίου. Σε τέτοια περίπτωση ο νόμος του Mayer δίνει $P=Ch^p$ με $p<2$. Για $p>2$ παρατηρείται το αντίστροφο πρόβλημα κλίμακας όπου η p_{av} να αυξάνεται με το φορτίο μέχρι μία εσωτερική τιμή που είναι ανεξάρτητη από την περαιτέρω αύξηση του φορτίου. Και οι δύο περιπτώσεις αντιμετωπίζονται με την μεθοδολογία των Li και Bradt (1993). Ο Petrovich (1983) αναφέρει πως το πρόβλημα κλίμακας σε διείσδυση Knoop και Vickers ενός κεραμικού γυαλιού (μειώνεται η σκληρότητα με την εφαρμοζόμενη δύναμη μέχρι μία σταθερή τιμή). Επίσης παρατήρησε ότι ο διεισδυτής Knoop παρουσιάζει πιο ήπια το πρόβλημα κλίμακας. Ένα παρόμοιο αποτέλεσμα παρατηρήθηκε από τους Geetha et al (2009) για αντίστροφο πρόβλημα κλίμακας διείσδυσης Knoop και Vickers σε GaN, InGaN και GaN/InGaN υλικά (αυξάνεται η σκληρότητα με το εφαρμοζόμενο φορτίο μέχρι μία σταθερή τιμή).

Οι σταθερές C , g και f στις Σχέσεις 6.29, 6.30 και 6.31 εξαρτώνται από τα E , σ_{Y0} , β , ψ , K και ασθενέστερα από το λόγο Poisson ν .

Ξεκινάμε την ανάλυση παρουσιάζοντας καμπύλες P - h στο Σχήμα B4 (a),(b) και (c), (Παράρτημα Β) όπως προέκυψαν από την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων. Το κανονικοποιημένο φορτίο $P/(\sigma_{Y0}h_{max}^2)$ δείχνεται ως συνάρτηση του κανονικοποιημένου βάθους διείσδυσης h/h_{max} . Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται για ένα πλήρη κύκλο (φόρτιση και αποφόρτιση) ενώ διαφορετικές τιμές του δείκτη ευαισθησίας υδροστατικής έντασης β , διαφορετικές τιμές της γωνίας διόγκωσης ψ και διαφορετικές τιμές του δείκτη ανισοτροπίας εφελκυσμού προς συμπίεση K θεωρούνται. Όλες οι προκύπτουσες P - h σχέσεις είναι στην πραγματικότητα άνω όρια των πραγματικών λύσεων, εξαιτίας του γεγονότος ότι επιβάλλεται ένας τύπος φόρτισης. Σημειώνουμε πως για αυξανόμενα β , ψ και K , το φορτίο που αναπτύσσεται

στον διεισδυτή αυξάνει σημαντικά. Παρόλο που οι τρεις παράμετροι δεν επηρεάζουν ευθέως την κλίση της καμπύλης αποφόρτισης P-h, ακριβώς πριν την ολοκλήρωση της αποφόρτισης, το απομένον βάθος διείσδυσης δραματικά μειώνεται με την αύξηση της γωνίας διόγκωσης ψ .

Στο Σχήμα 5 (a) και (b), (Παράρτημα Β) παρουσιάζεται ο κανονικοποιημένος συντελεστής ακαμψίας $C/\sigma_{\gamma 0}=P/(\sigma_{\gamma 0}h_{\max}^2)$ για διαφορετικές τιμές του συντελεστή υδροστατικής έντασης β , για διαφορετικές τιμές της γωνίας διόγκωσης ψ και για διαφορετικές τιμές του δείκτη K. Με σκοπό να συμπεριλάβουμε στο πρόβλημα περιπτώσεις μεγάλων ελαστικών παραμορφώσεων, τα αποτελέσματα παρουσιάζονται για διαφορετικές παραμορφώσεις διαρροής ($\sigma_{\gamma 0}/E_r < 0.05, 0.001, 0.0005$ με $E_r=E/(1-\nu^2)^+$). Συμπεραίνουμε ότι ο συντελεστής ακαμψίας C αυξάνεται με την αύξηση της ευαισθησίας πίεσης β και η επίδραση είναι πιο σημαντική για μικρές τιμές παραμορφώσεων διαρροής. Για $\sigma_{\gamma 0}/E_r < 0.001$ το άκαμπτο-πλαστικό όριο ανακύπτει και οι ελαστικές παραμορφώσεις έχουν ασήμαντη επίδραση. Επιτυγχάνεται ένα άνω όριο για την σχετιζόμενη περίπτωση ενώ επιτυγχάνεται κάτω όριο για $\psi=0^\circ$. Η αύξηση του δείκτη ακαμψίας με την αύξηση του υδροστατικού δείκτη ευαισθησίας β είναι εξαιτίας του γεγονότος ότι οι πλαστικές παραμορφώσεις συμβαίνουν μέσω μετασχηματισμού ή συμπίεσης, απαιτώντας υψηλότερα φορτία με σκοπό να έχουμε ογκομετρική όπως και αποκλίνουσες πλαστικές παραμορφώσεις. Τελικά σημειώνεται πως όσον αφορά τη συσχέτιση $C/\sigma_{\gamma 0}$, ψ και β υπάρχουν πολλαπλές επιλύσεις στο αντίστροφο πρόβλημα και ανεξάρτητα του ψ , η επίδραση του β πάνω στο $C/\sigma_{\gamma 0}$ γίνεται σημαντική μόνο εάν $\beta \geq 10^\circ$. Για αυτό το λόγο είναι πειραματικά δύσκολο να διακρίνουμε επιδράσεις της ευαισθησίας πίεσης όταν $0^\circ < \beta \leq 10^\circ$. Επιπλέον, η επίδραση της γωνίας διόγκωσης ψ στον κανονικοποιημένο δείκτη ακαμψίας $C/\sigma_{\gamma 0}=P/(\sigma_{\gamma 0}h_{\max}^2)$ είναι επίσης σημαντική. Για αυξανόμενα ψ , ο συντελεστής ακαμψίας αυξάνει, ανεξάρτητα της τιμής του συντελεστή ευαισθησίας πίεσης. Τελικά, σημειώνεται πως η επίδραση του ψ γίνεται σημαντική όταν $\sigma_{\gamma 0}/E_r < 0.001$: μία αύξηση της γωνίας διόγκωσης ψ από 0° στους 50° προκαλεί αύξηση του συντελεστή ακαμψίας κατά σχεδόν 3 φορές.

Η κανονικοποιημένος συντελεστής ακαμψίας $C/\sigma_{\gamma 0}$ επίσης επηρεάζεται από το K. Τα αποτελέσματα φαίνονται ως συνάρτηση του K, για $\psi=0^\circ$ και $\psi=30^\circ$, $\beta=0^\circ$ και $\beta=30^\circ$ (σημειώνεται ότι όταν $\psi=\beta=30^\circ$ και $K=1$ το κλασσικό μοντέλο Drucker-Prager ανακύπτει, ενώ όταν $\psi=\beta=0^\circ$ και $K=1$ ανακύπτει το κριτήριο διαρροής von Mises). Για αυξανόμενα K, ο συντελεστής ακαμψίας αυξάνει ενώ η επίδραση του K στον συντελεστή ακαμψίας είναι πιο σημαντική για αυξανόμενα ψ .

Σε μία προσπάθεια να συγκριθούν τα αριθμητικά αποτελέσματα με πειραματικά της βιβλιογραφίας, παρατηρούμε ότι οι Riester et al (2000) αναφέρουν πως η τετραγωνική ρίζα των συντελεστών ακαμψίας για διεισδυτή Berkovich C_B και Knoop C_K ισούται με $(C_B/C_K)^{1/2}=0.69$, ενώ ο Blau (2000) βρήκε πειραματικά ότι

$(C_K/C_V)^{1/2}=0.635$, με C_V να είναι ο συντελεστής ακαμψίας κατά Vickers. Τελικώς, οι Zhang και Sakai (2004) αναφέρουν ένα συνδυασμένο λόγο των Vickers και Berkovich προς Knoop ίσο με 0.675. Παρεμπιπτόντως η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων κατέληξε σε λόγο $(C_K/C_V)^{1/2}=0.631$.

Τα αποτελέσματα για την κανονικοποιημένη μέση πίεση p_{av}/σ_{YO} και οι εξάρτησή της στον δείκτη ευαισθησίας πίεσης β , και K ακολουθούν τις παρατηρήσεις για τον συντελεστή ακαμψίας. Η μέση πίεση αυξάνει για αυξανόμενο β και αυξανόμενο K , με την επίδραση του K να είναι λιγότερο σημαντική. Από την άλλη πλευρά είναι ενδιαφέρον το γεγονός πως η μέση πίεση p_{av}/σ_{YO} παραμένει σχεδόν αμετάβλητη σε σχέση με το ψ για δεδομένο β . Οι Giannakopoulos και Larsson (1997) έφτασαν σε παρόμοια αποτελέσματα για διεισδυτές Berkovich και Vickers. Ωστόσο, στην παρούσα εργασία παρατηρείται πως ενώ αυτό είναι αληθές για μικρές τιμές του β , η επίδραση του πάνω στη μέση πίεση γίνεται πιο προφανής για μεγάλες τιμές του β . Στο Σχήμα 6 για παράδειγμα, κάποιος μπορεί να παρατηρήσει πως για $\beta=50^\circ$ η διαφορά μεταξύ p_{av}/σ_{YO} για $\psi=0^\circ$ και p_{av}/σ_{YO} για $\psi=50^\circ$ είναι περίπου 70%. Επιπρόσθετα τα παρόντα αποτελέσματα δείχνουν ότι για αυξανόμενο β και $\sigma_{YO}/E_r < 0.001$ η μέση πίεση προσεγγίζει την ελαστική λύση (για $\beta=60^\circ$ $p_{av}/E_r=0.156$). Σημειώνεται πως η ελαστική ανάλυση -η οποία μπορεί να είναι σχετική για περιπτώσεις όπως υλικά σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες, υλικά με υψηλό strain-hardening και κυψελοειδή στερεά- προτείνει $p_{av}/E_r=0.185$ για $\nu=0.3$ και για τον ίδιο διεισδυτή. Παρόμοιες παρατηρήσεις αναφέρθηκαν από τους Seltzer et al (2011) που διερεύνησαν την επιρροή των ελαστικών παραμορφώσεων σε κωνικό διεισδυτή γωνίας 70.3° για υλικά σχετιζόμενα με το μοντέλο Drucker-Prager και με πολύ μικρό strain hardening. Βρέθηκε ότι σε συμφωνία με τους υπολογισμούς μας, η ελαστικότητα επηρεάζει την απόκριση της επαφής και η γωνία τριβής αυξάνει την πίεση επαφής.

Στην περίπτωση άκαμπτης-πλαστικής απόκρισης, το όριο φόρτισης για την περίπτωση μη σχετιζόμενης αναμένονται να είναι μικρότερα από αυτά με σχετιζόμενη ροή, όπως ευρέθη και στο Σχήμα B6 (Παράρτημα Β) (Sacchi and Sare (1963) και Shoemaker (1975)). Τελικά αναφέρουμε πως η επίδραση του K στην κανονικοποιημένη μέση πίεση, p_{av}/σ_{YO} είναι ελάχιστης σημασίας. Παρόλα αυτά, για σχετικά μεγάλες ελαστικές παραμορφώσεις, η απόκριση του υλικού είναι ακόμη λιγότερο ευαίσθητη στη μεταβολή του K (Σχήμα B6(c), Παράρτημα Β).

Οι Weber et al (1984) και Ricote et al (1994) έχουν δείξει πειραματικά ότι η σκληρότητα Vickers είναι σχεδόν ίδια με την σκληρότητα Knoop (η σκληρότητα Knoop είναι πάντα μικρότερη από τη σκληρότητα Vickers). Τα πειραματικά αποτελέσματα επιβεβαιώθηκαν για πυρηνικά απορρίμματα γυαλιού και λιωμένων κεραμικών τιτανίου (και τα δύο υλικά είναι ευαίσθητα στην υδροστατική πίεση και ισότροπα). Μία προσεκτική πειραματική διερεύνηση της ταυτόχρονης Knoop και Vickers

διείσδυσης των υλικών silicon nitride και sialon ceramics από τους Mukhopadhyay et al (1990) αποκάλυψε ότι ο λόγος σκληρότητας Vickers προς Knoop είναι ανάμεσα στο 0.94 και 1.22. Τα πειραματικά αποτελέσματα των Ullner et al (2002) δείχνουν πως η μέση τιμή του λόγου σκληρότητας Knoop προς Vickers είναι 1.10 για Si_3O_4 , 1.43 για SiC και 1.18 για Al_2O_3 . Οι Shaw et al (1996) ανάφεραν μία επίδραση στην μετρημένη μικροσκληρότητα για ένα ταχύτατα στερεοποιημένο μεταλλικό κράμα (μαγνήσιο) με και χωρίς την παρουσία λιπαντικού. Ανάφεραν επίσης το λόγο σκληρότητας Vickers προς Knoop να είναι 1.17. Μεταγενέστερα οι Gang et al (2002) επιβεβαίωσαν ότι η ελαστική επαναφορά είναι υπεύθυνη για το γεγονός πως η σκληρότητα Vickers είναι πάντα μεγαλύτερη από τη σκληρότητα Knoop. Αναφέρουμε ότι η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων καταδεικνύει ότι ο λόγος σκληρότητας Vickers προς Knoop είναι μεταξύ 1.099 και 1.167.

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, συμπεραίνουμε ότι ο λόγος C/p_{av} επηρεάζεται από το K και το p_{av}/σ_{Y0} επηρεάζεται από το ψ , όμως χωρίς να γενικεύσουμε χρησιμοποιούμε τις παρακάτω σχέσεις για την πρόβλεψη των C/p_{av} και p_{av}/σ_{Y0} . Η συνάρτηση του αδιάστατου λόγου $C/p_{av}=f(\beta, \psi)$ για $\sigma_{Y0}/E_r < 0.001$ έχει ως εξής:

$$\frac{C}{p_{av}} = (-0.012\beta^2 - 0.0663\beta + 100.92)(1 + \lambda\psi) \quad (6.35)$$

με $\lambda = 0.00003\psi^2 - 0.0005\psi + 0.0171$.

Τα αποτελέσματα πεπερασμένων στοιχείων όσον αφορά το C/p_{av} σαν συνάρτηση του β και ψ (σε °) δείχνονται στο Σχήμα B7(c) (Παράρτημα Β). Η εξίσωση 6.35 αποσπάστηκε ταιριάζοντας τα αποτελέσματα του Σχήματος B7(c) (Παράρτημα Β). Παρόλα αυτά επιμένουμε πως η παραπάνω σχέση είναι έγκυρη μόνο για $\beta \leq 40^\circ$, όπου η διακύμανση είναι μονοτονική.

Όσον αφορά τα αποτελέσματα πεπερασμένων στοιχείων, η μέγιστη τιμή του λόγου C/p_{av} προκύπτει για $\beta = \psi = 45^\circ$ ενώ για $\beta \approx 60^\circ$ ανακύπτει η ελαστική επίλυση. Η πτώση της μεταβλητής C/p_{av} που παρατηρείται για $\beta \geq 45^\circ$ αποδίδεται κυρίως στη μειωμένη μέγιστη επιφάνεια επαφής που προκύπτει για περιπτώσεις όπου $\beta \geq 45^\circ$, όπως θα φανεί και παρακάτω. Επισημαίνεται πως οι υπολογισμοί παρουσίασαν αριθμητική σύγκλιση για τις περιπτώσεις $\psi = 0^\circ$ και $\beta \geq 50^\circ$, ωστόσο τα συγκεκριμένα αποτελέσματα δεν παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία.

Από την άλλη πλευρά, η συνάρτηση του αδιάστατου λόγου $p_{av}/\sigma_{Y0} = f(\beta, K)$ για $\sigma_{Y0}/E_r < 0.001$ έχει ως:

$$\frac{p_{av}}{\sigma_{Y0}} = (0.0031\beta^2 - 0.0136\beta + 2.471)\alpha K \left(1 - \frac{\beta}{\delta}\right) \quad (6.36)$$

Με $\alpha = -1.0116K + 1.9255$ και $\delta = 32631K^2 - 52096K + 21012$.

Τα αποτελέσματα δείχνονται στο Σχήμα 7b, Παράρτημα Β με το β σε ($^\circ$).

Στη περίπτωση σχετικά άκαμπτου-πλαστικού υλικού (π.χ. πολύ μικρές ελαστικές παραμορφώσεις) για ένα von Mises υλικό εκθέτη κράτυνσης n , δίνει (Zisis and Giannakopoulos, 2011):

$$\frac{P_{av}}{\sigma_{Y0}} = 2.5(1712.5)^{\frac{1}{n}} \quad (6.37)$$

Στο ίδιο πνεύμα για την περίπτωση υλικού με συντελεστή ευαισθησίας στην υδροστατική πίεση β , η κανονικοποιημένη μέση πίεση για $\psi = 0^\circ$ είναι:

$$\frac{P_{av}}{\sigma_{Y0}} = 2.5(3.68)^{\tan \beta} \quad (6.38)$$

Τότε, ο συντελεστής κράτυνσης σχετίζεται με τον συντελεστή ευαισθησίας πίεσης ως ακολούθως:

$$5.72 \frac{1}{n} = \tan \beta \quad (6.39)$$

Προφανώς, είναι δύσκολο για τα πειράματα διείσδυσης κατά Knoop (όπως και για όλα τα πειράματα με αιχμηρούς διεισδυτές) να διακρίνουν ανάμεσα σε πλαστικότητα κατά von Mises με κράτυνση και πλαστικότητα με ευαισθησία στην υδροστατική πίεση χωρίς κράτυνση. Επομένως θα πρέπει να υπάρχει εκ των προτέρων επιλογή της κατηγορίας που ανήκει το υλικό.

6.4.2 Επιφάνεια επαφής, υπολειμματικό βάθος διείσδυσης και παραμορφώσεις

Η προσοχή της έρευνας τώρα στρέφεται στην προβολή της επιφάνειας επαφής, κατά τη φόρτιση και διερευνάται η επίδραση των ανεξάρτητων παραμέτρων του μοντέλου Drucker-Prager. Στο Σχήμα 8, Παράρτημα Β, παρουσιάζεται η μέγιστη επιφάνεια

επαφής A_{\max}/h_{\max}^2 σε πλήρη φόρτιση για διαφορετικές τιμές των β , ψ και K . Έχει βρεθεί (Giannakopoulos and Zisis, 2011) ότι για υλικό von Mises χωρίς κράτυνση:

$$23.95 \leq A_{\max}/h_{\max}^2 \leq 101.9 \quad (6.40)$$

Το κάτω όριο της Σχέσης 6.40 ανταποκρίνεται στη καθαρή ελαστική περίπτωση, και το άνω όριο ανταποκρίνεται στο άκαμπτο-πλαστικό όριο. Τα αποτελέσματα παρατείνουν τα όρια της Σχέσης 6.40. Για αυξανόμενο β , και $\psi=0^\circ$ η παράμετρος A_{\max}/h_{\max}^2 μειώνεται ενώ για αυξανόμενο β και $\psi=\beta$ η παράμετρος A_{\max}/h_{\max}^2 μειώνεται. Επιπλέον ο ρυθμός μείωσης φαίνεται να είναι σχεδόν ανεπηρέαστος από την τιμή της παραμόρφωσης διαρροής για $\psi=0^\circ$ και για $\sigma_{y0}/E_r < 0.001$ ανακύπτουν τα αποτελέσματα του άκαμπτου-πλαστικού ορίου. Επιπρόσθετα, όταν το ψ αυξάνει, η μέγιστη επιφάνεια επαφής A_{\max} (ή A_{\max}/h_{\max}) αυξάνει. Σημειώνεται πως μία αύξηση του ψ κατά 40° , προκαλεί μία αύξηση της μέγιστης επιφάνειας επαφής κατά 100%. Αυτό το αποτέλεσμα είναι πάντα παρόμοιο, ανεξαρτήτως του βαθμού ευαισθησίας πίεσης του υλικού. Τα αποτελέσματα αποκαλύπτουν ακόμη ένα ενδιαφέρον γεγονός. Στην πραγματικότητα υπάρχει ένας ανταγωνιστικός μηχανισμός ανάμεσα στα β και ψ επάνω στην επιφάνεια επαφής. Για μικρές τιμές του β ($\beta \leq 30^\circ$), η επίδραση του ψ είναι ελαχίστης σημασίας. Για $\beta \geq 30^\circ$ η επίδραση του ψ γίνεται πολύ σημαντική και για $40^\circ < \beta \leq 45^\circ$, το A_{\max} πετυχαίνει τη μέγιστη διακύμανση μεταξύ $\psi=0^\circ$ και $\psi=45^\circ$. Τότε για αυξανόμενο β , ($\beta > 45^\circ$) η επίδραση του ψ εξαλείφεται. Σημειώνεται πως για $\beta \approx 60^\circ$ η ελαστική επίλυση επιτυγχάνεται και όπως αναμένεται η διόγκωση ψ δεν επηρεάζει τα αποτελέσματα. Τελικά όσον αφορά το K , συμπεραίνουμε ότι η επίδρασή του στο A_{\max} είναι ελαχίστης σημασίας. Παρόλα αυτά το A_{\max} αυξάνει για αυξανόμενο K , για αυξανόμενο ψ και για μειούμενη παραμόρφωση διαρροής σ_{y0}/E_r . Τα αποτελέσματα για το K φαίνονται στο Σχήμα B8(b) (Παράρτημα Β).

Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά των προφίλ επαφής φαίνονται στα Σχήματα B9(a) και (b) (Παράρτημα Β). Η κανονικοποιημένη παραμόρφωση u_z/h_{\max} δείχνονται με διαδρομές στους x - και y - άξονες (η μικρή και μεγάλη διαγωνίος επαφής). Τα αποτελέσματα φαίνονται για διάφορες παραμορφώσεις διαρροής και διαφορετικές τιμές των β , ψ και K . Συμπεραίνεται πως για $\sigma_{y0}/E_r = 0.001$, στη μέγιστη φόρτιση με την αύξηση του δείκτη ευαισθησίας πίεσης β , η συμπεριφορά ανύψωσης (pile-up) κατά μήκος της μικρής διαγωνίου μειώνεται. Στην πραγματικότητα το ύψος y_{short} επιτυγχάνεται για $\beta=40^\circ$. Καμία επίδραση του συντελεστή ευαισθησίας πίεσης β δεν παρατηρείται κατά μήκος της μεγάλης διαγωνίου και καμία βύθιση ή ανύψωση δεν παρατηρείται. Για $\sigma_{y0}/E_r = 0.05$ στη μέγιστη φόρτιση: γενικά εξαιτίας της μεγάλης τιμής της παραμόρφωσης διαρροής, παρατηρείται βύθιση (sink-in) κατά μήκος της μικρής διαγωνίου. Με αυξανόμενες τιμές του συντελεστή ευαισθησίας πίεσης, παρατηρείται απόκριση με βύθιση. Στην αποφόρτιση παρατηρούμε πως για υλικά von Mises ($\beta=\psi=0^\circ$ και $K=1$) μία πολύ μικρή τοπική απόκριση ανύψωσης παρατηρείται. Αυτό μειώνεται κατά την αποφόρτιση με αυξανόμενο β , ενώ με την

αύξηση της ευαισθησίας πίεσης το αποτύπωμα επανέρχεται κατά την αποφόρτιση (Σχήμα B9 (a) Παράρτημα B). Σαν τελικό σχόλιο στην ευαισθησία πίεσης, σημειώνεται ότι η απόκριση ανύψωσης ή βύθισης καθορίζεται αποκλειστικά από την τιμή της παραμόρφωσης διαρροής και δεν επηρεάζεται από την ευαισθησία πίεσης. Η ευαισθησία πίεσης έχει δευτερεύοντα ρόλο και καθορίζει λεπτομέρειες της απομένουσας επιφάνειας επαφής (ύψος όγκου υλικού που ανυψώνεται και λόγος μεγάλης προς μικρή διαγώνιο). Τα αποτελέσματα είναι σε συμφωνία με τις παρατηρήσεις των Giannakopoulos and Larsson (1997) για τους διεισδυτές Vickers και Berkovich.

Θεωρώντας το ψ για $\sigma_{VO}/E_r=0.001$, συμπεραίνουμε από το Σχήμα 9c πως με αυξανόμενο ψ η απόκριση με ανύψωση αυξάνεται και το αποτύπωμα επανέρχεται. Σημειώνεται ότι για αύξηση του ψ από 10° σε 30° παρατηρείται αύξηση του ύψους ανύψωσης h_{short} κατά 2.5 φορές. Όσον αφορά τη μεγάλη διαγώνιο, δεν παρατηρείται ούτε ανύψωση ούτε βύθιση, όσο το $\psi < 30^\circ$ ενώ για $\psi \geq 30^\circ$ παρατηρείται μία μικρή ανύψωση. Για $\sigma_{VO}/E_r=0.001$ και $\sigma_{VO}/E_r=0.05$ η επίδραση του K στα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της μικρής διαγωνίου είναι ελάχιστης σημασίας, ανεξάρτητα του ψ (Σχήμα B9(d) Παράρτημα B). Παρόλα αυτά, η ανύψωση που παρατηρείται ελαφρά μειώνεται με την αύξηση του K . Παρόμοια, το K δεν επηρεάζει τη μεγάλη διαγώνιο. Οι παραπάνω παρατηρήσεις συνοψίζονται στο Σχήμα B9(e) (Παράρτημα B). Η διακύμανση του ύψους ανύψωσης παρουσιάζεται ως συνάρτηση των ψ και β . Τα αποτελέσματα φαίνεται να αντιστοιχούν σε ελαστική παραμόρφωση $\sigma_{VO}/E_r=0.001$ και $K=1$. Η associative case δίνει ένα άνω όριο για το ύψος ανύψωσης ενώ το κάτω όριο δίνεται όταν $\psi=0^\circ$. Το ύψος της ανύψωσης αυξάνει με την αύξηση του ψ αλλά μειώνεται με την αύξηση του β . Η επίδραση του ψ μεγιστοποιείται στο $\beta=40^\circ$. Επιπρόσθετα μία ξαφνική πτώση του ύψους ανύψωσης και η μείωση της επίδρασης της γωνίας διόγκωσης παρατηρούνται για $\beta \geq 40^\circ$. Τελικά για $\beta \geq 55^\circ$ (το β προσεγγίζει την κρίσιμη τιμή 56.3°) η απόκριση της βύθισης υπερνικά την ανύψωση του υλικού.

Σε πλήρη αποφόρτιση -όπου $P=0$ - υπάρχει ένα παραμένον βάθος, $h_{res}=h(P=0)$ που χαρακτηρίζει την ελαστική επαναφορά του βάθους αποτυπώματος και σχετίζεται κυρίως με το σ_{VO}/E_r του υλικού. Το κανονικοποιημένο παραμένον βάθος διείσδυσης h_{res}/h_{max} παρουσιάζεται ως συνάρτηση του υδροστατικού δείκτη ευαισθησίας πίεσης β , ως συνάρτηση της γωνίας διόγκωσης ψ και ως συνάρτηση του K . Ξανά με σκοπό να καλυφθεί ευρεία γκάμα υλικών, έγινε η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων για $\sigma_{VO}/E_r=0.05, 0.001, 0.0005$ (Σχήμα B10, Παράρτημα B). Γενικά έχουμε $0 < h_{res}/h_{max} < 1$ για τις διάφορες τιμές των συντελεστή πίεσης β , διόγκωση ψ και εφελκυσμού προς συμπίεσης ανισοτροπία K . Το όριο $h_{res}/h_{max} \rightarrow 1$ ανταποκρίνεται στην άκαμπτη-πλαστική απόκριση, ενώ το όριο $h_{res}/h_{max} \rightarrow 0$ ανταποκρίνεται στην καθαρά ελαστική απόκριση. Η ανάλυση των αριθμητικών αποτελεσμάτων, δείχνει πως ο λόγος h_{res}/h_{max} εξαρτάται από (α) σ_{VO}/E_r αρκεί το $\sigma_{VO}/E_r > 0.001$ – για $\sigma_{VO}/E_r < 0.001$ το h_{res}/h_{max} παραμένει αμετάβλητο, (β) τον συντελεστή ευαισθησίας πίεσης β και τη γωνία

διόγκωσης ψ , (γ) παραμένει σχεδόν ανεπηρέαστο από τη μεταβολή του K . Το παραμένον βάθος διείσδυσης μειώνεται για αυξανόμενα β και ψ . Ξανά, ένα όριο για την άκαμπτη-πλαστική υπόθεση ($\sigma_{y0}/E_r < 0.001$) είναι οι τιμές h_{res}/h_{max} που αντιστοιχούν στην associative περίπτωση.

Το παραμένον βάθος διείσδυσης h_{res}/h_{max} μπορεί να επανασχεδιαστεί ως συνάρτηση της κανονικοποιημένης μέσης πίεσης p_{av}/E_r (Σχήμα B11, Παράρτημα Β) με σκοπό να συγκριθεί ευθέως με την εξίσωση 6.41, που συσχετίζει το μέτρο ελαστικότητας της διείσδυσης E_r με το μέγιστο βάθος διείσδυσης h_{max} και το απομένον βάθος διείσδυσης στην κατάσταση πλήρους αποφόρτισης h_{res} .

$$\frac{h_{res}}{h_{max}} = 18.154 \left(\frac{p_{av}}{E_r} \right)^2 - 7.6411 \frac{p_{av}}{E_r} + 0.9986 \quad (6.41)$$

Η παραπάνω σχέση αναπτύχθηκε από τους Giannakopoulos and Zisis, 2011 για την υπόθεση της διείσδυσης Knoop σε υλικό που συμπεριφέρεται πλαστικά χωρίς strain hardening σύμφωνα με το κριτήριο διαρροής von Mises. Η εξίσωση 6.41 προβλέπει πως όταν $h_{res}/h_{max} \rightarrow 1$, αυτό συμβαίνει όταν εξαφανίζεται η ελαστική επαναφορά (άκαμπτο πλαστικό όριο), τότε το $p_{av}/E_r \rightarrow 0$. Στην άλλη ακραία περίπτωση, για ένα πλήρως ελαστικό σώμα η αναλογία $h_{res}/h_{max} \rightarrow 0$ και το ελαστικό όριο επανέρχεται με $p_{av}/E_r \rightarrow 0.184$. Στο Σχήμα B11 (Παράρτημα Β), τα αποτελέσματα δείχνουν για διαφορετικές παραμορφώσεις διαρροής, $\sigma_{y0}/E_r = 0.05$, $\sigma_{y0}/E_r = 0.001$ και $\sigma_{y0}/E_r = 0.0005$. Στο παρόν σετ αποτελεσμάτων εστιάζουμε κυρίως στην περίπτωση $\sigma_{y0}/E_r = 0.001$, αλλά μερικά αποτελέσματα που ανταποκρίνονται στο $\sigma_{y0}/E_r = 0.05$ και 0.005 επίσης παρουσιάζονται. Σημειώνεται πως σε περιπτώσεις που αντιστοιχούν σε $\sigma_{y0}/E_r < 0.001$ δίνουν ιδανικά αποτελέσματα (απολύτως πλαστική συμπεριφορά). Συμφώνως, κάθε σετ αποτελεσμάτων αντιστοιχεί σε συγκεκριμένο συνδυασμό των σ_{y0}/E_r , β , ψ (η επίδραση του K είναι ελάχιστης σημασίας). Η εξίσωση 6.41 ανταποκρίνεται στα αποτελέσματα για μικρές τιμές των β και ψ . Όσο το β και ψ αυξάνεται (συγχρόνως ή όχι) τα αποτελέσματα αποκλίνουν από την επίλυση της εξίσωσης 6.41. Τα αποτελέσματα που αντιστοιχούν σε υλικό με ευαισθησία στην υδροστατική πίεση περιορίζονται από τις υποθέσεις $\psi = 0^\circ$ και $\psi = \beta^\circ$. Παρατηρείται πως για αυξανόμενο β και/ή ψ το p_{av}/E_r αυξάνει ενώ το h_{res}/h_{max} μειώνεται. Επιπλέον, σημειώνεται πως η περίπτωση που αντιστοιχεί σε $\sigma_{y0}/E_r = 0.05$ (μεγάλες ελαστικές παραμορφώσεις) παρουσιάζει μικρή απόκλιση από τα λύση της Σχέσης 6.41, που σημαίνει ότι για αυξανόμενες ελαστικές παραμορφώσεις η επίδραση του β και ψ μειώνεται.

Μία ενδιαφέρουσα πληροφορία που προκύπτει από το Σχήμα B12 (Παράρτημα Β), είναι η ακόλουθη. Η χαρακτηριστική γεωμετρική αναλογία του εντυπώματος επαφής

m_{\max}/l_{\max} δίνεται ως συνάρτηση της αδιάστατης μέσης πίεσης p_{av}/E_r που αναπτύσσεται στο διεισδυτή κατά την μέγιστη φόρτιση. Η γνωστή πειραματική σχέση των Marshall et al (Σχέση 6.42) προστίθεται. Τα αριθμητικά αποτελέσματα στο Σχήμα B12, (Παράρτημα Β) ανταποκρίνονται σε πολλούς συνδυασμούς των σ_{y0}/E_r , β , ψ και K .

$$\frac{l}{m} \approx 0.1406 - 0.45 \frac{p_{av}}{E_r} \quad (6.42)$$

Σημειώνεται πως το p_{av}/E_r γενικά αυξάνει με την άυξηση των β , ψ και K . Συμπεραίνουμε πως η Σχέση 6.42 που πρότειναν οι Marshall et al, προσεγγίζει ικανοποιητικά την απόκριση του υλικού. Οι Weber et al (1994), Ricote et al (1994) έχουν παρουσιάσει πειραματικά αποτελέσματα για πυρηνικά απορρίμματα γυαλιού και λιωμένων κεραμικών τιτανίου (και τα δύο υλικά είναι ισότροπα και παρουσιάζουν ευαισθησία στην υδροστατική πίεση) και επαλήθευσαν την εξίσωση των Marshall et al με 10% ακρίβεια.

Η σχέση μεταξύ των κανονικοποιημένων παραμέτρων dP/dh και $A_{\max}^{1/2}E_r$ στη μέγιστη φόρτιση φαίνεται στο Σχήμα B13, (Παράρτημα Β). Σημειώνεται πως το dP/dh μετράται στο αρχικό στάδιο της αποφόρτισης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται για το μοντέλο Drucker-Prager για $\sigma_{y0}/E_r=0.05$, $\sigma_{y0}/E_r=0.001$ και $\sigma_{y0}/E_r=0.0005$ και για εύρος τιμών των β , ψ και K . Για το von Mises άκαμπτο τελείως πλαστικό υλικό οι Giannakopoulos and Zisis 2011, έδειξαν ότι εάν το $A_{\max}/h_{\max}^2 \geq 80$, τότε $\frac{1-\nu^2}{E} \frac{1}{\sqrt{A_{\max}}} dP/dh \approx 1.351$ -(για $A_{\max}/h_{\max}^2 < 80$ τότε το $\frac{1-\nu^2}{E} \frac{1}{\sqrt{A_{\max}}} dP/dh \approx 1.35$ δεν είναι σταθερό). Σημειώνεται πως είναι διαφορετική η συμπεριφορά όταν συγκρίνονται τα αντίστοιχα αποτελέσματα για διεισδυτές Berkovich και Vickers όπου τα κοινή παράμετρος είναι σταθερή με A_{\max}/h_{\max}^2 να ισούται με 1.467 και 1.142. Από το Σχήμα B13, (Παράρτημα Β) μπορεί να εξαχθεί μία σχέση από την οποία να προκύπτει το ελαττωμένο μέτρο ελαστικότητας ανεξαρτήτως των υπολοίπων παραμέτρων Drucker-Prager:

$$dP/dh = 1.3305 \left(A_{\max}^{1/2} E_r \right) \quad (6.43)$$

6.4.3 Λεπτομέρειες των τοπικών εντατικών πεδίων

Για να παρουσιασθούν οι ισοϋψείς, πρέπει να αναφερθούμε στα τρία χαρακτηριστικά επίπεδα του προβλήματος I, II και III (Σχήμα B1(a), Παράρτημα Β). Όσον αφορά τις μεταβλητές των τοπικών μηχανικών πεδίων, όλα τα γεωμετρικά μήκη

και μετατοπίσεις, ταιριάζουν σε μέγεθος με το βάθος διείσδυσης. Τα αποτελέσματα εξαρτώνται από την παραμόρφωση διαρροής, το β , το ψ και K για δεδομένες παραμορφώσεις διαρροής. Τα αποτελέσματα σχεδιάζονται ενώ για σύγκριση τα ίδια πεδία παρουσιάζονται με τις ίδιες ισοϋψείς και για το ίδιο βάθος διείσδυσης. Σημειώνεται πως στην αποφόρτιση δεν σημειώθηκε αντίστροφη πλαστικότητα, π.χ. η συσσωρευμένη αποτελεσματική παραμόρφωση έφτασε στο τελικό στάδιο στο μέγιστο φορτίο.

Οι ισοϋψείς της ισοδύναμης τάσης σ_{eq}/E_r σε πλήρη φόρτιση παρουσιάζονται στα Σχήματα 14 α και β, Παράρτημα Β. Παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για $\tan\beta=0$ και 0.557 ($\beta=30^\circ$). Σημειώνεται πως στην περίπτωση που $\tan\beta=0$ αντιστοιχεί σε von Mises απόκριση αφού σε αυτό το παράδειγμα $\psi=0^\circ$ και $K=1$. Οι ισοϋψείς φαίνονται στο Σχήμα 14 γ, Παράρτημα Β, όπου για δύο ίδια υλικά παρουσιάζεται η εξέλιξη της τάσης σ_{eq} κατά τις r_x -, r_y - και r_z - διαδρομές. Φαίνεται πως για αυξανόμενο συντελεστή ευαισθησίας πίεσης β , η ισοδύναμη τάση κάτω από το διεισδυτή αυξάνει. Για τις δύο περιπτώσεις που παρουσιάζονται, μία αύξηση του β κατά 30° αντιστοιχεί σε δραστική αύξηση της μέγιστης ισοδύναμης τάσης. Κατά την αποφόρτιση το απομένον εντατικό πεδίο περιορίζεται με την αύξηση του συντελεστή ευαισθησίας πίεσης β . Για την περίπτωση $\beta=0^\circ$ οι μέγιστες τιμές της ισοδύναμης τάσης πετυχαίνονται στη γειτονιά της επαφής (μακριά από την ακμή του διεισδυτή). Επιπλέον κατά μήκος της r_x - διαδρομής οι ισοδύναμες τάσεις αυξάνουν πιο απότομα για $\beta=30^\circ$, ενώ δεν παρατηρείται κορύφωση των τάσεων κατά μήκος του r_z - διαδρομής για $\beta=30^\circ$. Όσον αφορά την υδροστατική πίεση p_h/E_r συμπεραίνουμε πως στη φόρτιση τα δύο πεδία είναι ποιοτικά όμοια στο σχήμα, ενώ για αυξημένο συντελεστή ευαισθησίας πίεσης, η πίεση κάτω από το διεισδυτή αυξάνεται (Σχήμα Β15 (α) και (β), Παράρτημα Β). Σύμφωνα με το Σχήμα 15 γ, Παράρτημα Β, πετυχαίνεται περίπου 20% μεγαλύτερη πίεση για $\beta=30^\circ$. Επιπλέον παρατηρούμε πως για αυξανόμενο β , η μέγιστη πλαστική ισοδύναμη παραμόρφωση μειώνεται αλλά το σχήμα και το μέγεθος της πλαστικής ζώνης παραμένει ανεπηρέαστο (Σχήμα Β16 α και β, Παράρτημα Β). Κατά μήκος της r_y - διαδρομής (ο μεγάλος άξονας της επιφάνειας επαφής) το πεδίο παραμορφώσεων εξελίσσεται πιο γρήγορα για $\beta=0^\circ$ (Σχήμα Β16 γ, Παράρτημα Β). Επίσης παρατηρούμε πως για $\sigma_{yo}/E_r \leq 0.001$ η πλαστική ζώνη επεκτείνεται πέρα από τα όρια του διεισδυτή στις τρεις διευθύνσεις. Όσον αφορά τις μέγιστες κύριες τάσεις σ_{max}/E_r , παρατηρείται πως οι θλιπτικές κύριες τάσεις μεγιστοποιούνται για $\beta=30^\circ$, ενώ οι εφελκυστικές κύριες τάσεις μεγιστοποιούνται για $\beta=0^\circ$. Η αύξηση του συντελεστή ευαισθησίας πίεσης προκαλεί μείωση της εφελκυστικής αλλά αύξηση της θλιπτικής απομένουσας μέγιστης κύριας τάσης. Επιπρόσθετα τα σχήματα των δύο πεδίων διαφέρουν σημαντικά. Για την περίπτωση $\beta=0^\circ$, κάτω από το διεισδυτή, ένα εφελκυστικό πεδίο τάσεων υπερνικά ένα θλιπτικό πεδίο τάσεων, ενώ για $\beta=30^\circ$ το θλιπτικό πεδίο υπερνικά το εφελκυστικό (αν και περιορισμένα). Τελικά στο επίπεδο Ι σχεδόν καμία εφελκυστική απομένουσα κύρια τάση δεν επιτυγχάνεται για $\beta=0^\circ$.

Στη συνέχεια διερευνάται η επίδραση του ψ στα πεδία τάσεων και παραμορφώσεων. Οι ισουψείς των ισοδύναμων πλαστικών τάσεων σ_{eq}/E_r σε πλήρη φόρτιση δείχνονται στα Σχήματα B17 (a) και (b), Παράρτημα Β. Τα αποτελέσματα για $\psi=10^\circ$ και 30° με $\sigma_{y0}/E_r=0.001$ παρουσιάζονται για τις δύο περιπτώσεις. Για παρόμοια υλικά, παρουσιάζεται η ισοδύναμη τάση σ_{eq} κατά μήκος των x-, y- και z- αξόνων σε μέγιστο βάθος διείσδυσης. Η αύξηση του ψ προκαλεί μία μικρή επέκταση του πεδίου ισοδύναμων τάσεων, παρότι το σχήμα δεν αλλάζει ουσιαστικά, ενώ η αύξηση του ψ προκαλεί αύξηση των ισοδύναμων τάσεων. Στο Σχήμα B17 (c), Παράρτημα Β, φαίνεται πως ποιοτικά η εξέλιξη των ισοδύναμων τάσεων κατά μήκος των τριών αξόνων παραμένει ανεπηρέαστη από το ψ , ενώ οι τιμές παραμένουν 13% μεγαλύτερες στην περίπτωση αύξησης του ψ , ειδικά κατά τους άξονες x- και y-. Κατά την αποφόρτιση η επίδραση είναι παρόμοια. Για αυξανόμενο ψ , τα δύο πεδία είναι ποιοτικά τα ίδια αλλά ένα πιο εκτεταμένο πεδίο παρατηρείται με την αύξηση του ψ . Η υδροστατική πίεση p_h/E_r σε πλήρη φόρτιση φαίνεται στο Σχήμα 18, Παράρτημα Β. Το πεδίο υδροστατικής πίεσης επηρεάζεται από τη διακύμανση του ψ . Μία αύξηση του ψ κατά 20° (όλες οι άλλες παράμετροι δεν μεταβάλλονται) προκαλεί μικρή επέκταση του πεδίου πιέσεων. Σημειώνεται πως η μέγιστη τιμή της πίεσης είναι μεγαλύτερη όταν $\psi=30^\circ$ και για $\psi=10^\circ$ επιτυγχάνεται μία εφελκυστική περιοχή έξω από τη μεγάλη διαγώνιο της επιφάνειας επαφής (Σχήμα B18(c), Παράρτημα Β). Συμφώνως, το ισοδύναμο πλαστικό πεδίο επεκτείνεται και στις προς τις τρεις διαστάσεις με την αύξηση του ψ (Σχήμα B19 (a), (b), (c) Παράρτημα Β). Επιπλέον, σημειώνεται από το Σχήμα B19(b) (Παράρτημα Β), ότι το μέγεθος της ισοδύναμης πλαστικής παραμόρφωσης κατά τον r_y - άξονα είναι μεγαλύτερο μακριά από την ακμή για $\psi=30^\circ$ αλλά όσο προσεγγίζουμε την ακμή, οι ισοδύναμες πλαστικές παραμορφώσεις μειώνονται σε σχέση με αυτές που αντιστοιχούν σε $\psi=10^\circ$. Τελικά οι ισουψείς των μέγιστων κύριων τάσεων υπολογίστηκαν για $\psi=10^\circ$ και $\psi=30^\circ$ και οι κύριες διαφορές είναι οι ακόλουθες. Υψηλότερες θλιπτικές και εφελκυστικές μέγιστες τάσεις πετυχαίνονται στην περίπτωση $\psi=10^\circ$. Ωστόσο, η περιοχή των μέγιστων εφελκυστικών τάσεων εντείνεται περισσότερο στην περίπτωση $\psi=30^\circ$.

Τέλος, διερευνάται η επίδραση του K στα ίδια τοπικά μηχανικά πεδία (Σχήματα B20-B22 Παράρτημα Β). Για όλες τις περιπτώσεις, έχουμε $\sigma_{y0}/E_r=0.001$, $\beta=30^\circ$ και $\psi=0^\circ$ για $K=0.778$ και 1. Όσον αφορά τις ισοδύναμες τάσεις παρατηρούμε ότι για αυξανόμενο K η μέγιστη ισοδύναμη τάση αυξάνει κατά 10% αλλά επιτυγχάνεται ακριβώς κάτω από την ακμή του διεισδυτή και ανεξάρτητα του K . Τα σχήματα των δύο πεδίων είναι όμοια. Κοντά στην επαφή, το σχήμα είναι ελλειψοειδές ενώ όσο απομακρυνόμαστε από την περιοχή της επαφής, το σχήμα του πεδίου γίνεται σφαιρικό. Στην πλήρη αποφόρτιση οι ισουψείς των ισοδύναμων τάσεων είναι ασύμμετρες και στις δύο περιπτώσεις. Τα δύο πεδία είναι παρόμοια τόσο σε σχήμα όσο και στο μέγεθος της απομένουσας ισοδύναμης τάσης. Παρομοίως, η υδροστατική πίεση αυξάνει με την αύξηση του K , αλλά το ελαστοπλαστικό όριο και

το σχήμα των ισουψών ισοδύναμων παραμορφώσεων παραμένει αμετάβλητο από το K - μία μικρή μείωση της πλαστικής περιοχής επιτυγχάνεται για $K=0.778$. Τελικά όσον αφορά τις μέγιστες κύριες τάσεις, για αυξανόμενο K η μέγιστη κύρια εφελκυστική τάση αυξάνεται ενώ η αντίστοιχη θλιπτική μειώνεται.

Σαν τελικό σχόλιο, συνοψίζεται η επίδραση της γεωμετρίας του διεισδυτή στην εμφάνιση της παρακινούμενης ροής διείσδυσης. Από τις ισουψείς προκύπτουν οι πληροφορίες του Πίνακα 6.3 για την εφελκυστική τάση σ_{\max} κατά την αποφόρτιση. Είναι φανερό ότι οι σ_{\max} κατά την αποφόρτιση κατά Knoop είναι σημαντικά μικρότερες από την αποφόρτιση κατά Vickers. Αυτό επιβεβαιώνει τα πειραματικά ευρήματα του Marshall (1983) που ανέφερε τη δημιουργία ρηγμάτων σε φορτία 2 με 3 φορές μεγαλύτερα για διεισδυτή Knoop σε σχέση με διεισδυτή Vickers.

Πίνακας 6.3 Μεταβολή της παραμένουσας σ_{\max} για διάφορες παραμέτρους του προβλήματος

Παράμετρος	Παραμένουσα σ_{\max}	Επιρροή
$\tan\beta$ ↑	↓	μεγάλη
ψ ↑	↓	μικρή
K ↑	↓	μικρή
σ_{YO}/E_r ↑	↑	μεγάλη

Σύμφωνα με την ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων για Knoop διείσδυση (Σχήματα B23-B25 Παράρτημα Β) η πλαστική ζώνη εκτείνεται σαν μία μακριά φρέζα με κύριους και δευτερεύοντες άξονες r_{px} και r_{py} - r_{pz} είναι το όριο της πλαστικής ζώνης κατά τη διεύθυνση του βάθους διείσδυσης. Η αναλογία του ορίου πλαστικής ζώνης στα επίπεδα II και III φαίνεται στο Σχήμα B23, (Παράρτημα Β) ως συνάρτηση του δείκτη ευαισθησίας πίεσης, $r_{py}/r_{pz}=f(\beta)$ και συμπεραίνουμε πως μειώνεται σχεδόν γραμμικά με την αύξηση του β . Στην πραγματικότητα το μέγεθος r_{py} (κατά τη μεγάλη διαγώνιο) παραμένει σχεδόν ανεπηρέαστο από το β και η πλαστική περιοχή κυρίως μειώνεται κατά τη διεύθυνση r_{pz} με το β . Σημειώνεται πως για την περίπτωση υλικών von Mises $r_{pz}/r_{py}=f(0)=2.98$. Η επίδραση των ψ και K στην πλαστική περιοχή είναι ασήμαντη. Για $\beta=30^\circ$, το r_{pz}/r_{py} αγγίζει την τιμή 2. Για την ίδια περίπτωση επίσης βρίσκουμε $r_{px}/r_{pz}=1.5$.

Οι Marshall και Lawn (1979) πρότειναν πως το πεδίο παραμένουσας έντασης μπορεί να υπολογιστεί θεωρώντας πως δρα ως μία προς τα μέσα πίεση στα όρια της πλαστικής ζώνης προκαλούμενη από το διεισδυτή. Σε τέτοιες περιπτώσεις, η πλαστική ζώνη κατέχει ένα σχεδόν ημισφαιρικό όγκο κάτω από τη διείσδυση (Σχήμα B24, Παράρτημα Β). Αυτό υποδεικνύεται και από τους υπολογισμούς πεπερασμένων στοιχείων.

Οι Keer et al. (1986) παρουσίασαν μία λεπτομερή τρισδιάστατη οριακή ανάλυση για τη Knoop και Vickers διείδυση σε πειράματα κεραμικών. Για επαρκή φορτία διείδυσης η ανάλυσή τους προτείνει ημικυκλική ρηγματώση με ημι-ελλειπτική πλαστική ζώνη και $r_{py}/r_{pz}=3$ σε εξαιρετική συμφωνία με τους υπολογισμούς μας για $\beta=\psi=0^\circ$.

Όσον αφορά το λόγο r_{pz}/r_{py} συνοψίζουμε τα συμπεράσματα στον πίνακα 6.4.

Πίνακας 6.4 Μεταβολή του ορίου πλαστικής ζώνης για διάφορες παραμέτρους του προβλήματος.

Παράμετρος	r_{py}/r_{pz}	Επιρροή
$\tan\beta$	↑	μεγάλη
ψ	↑	μικρή
K	↑	μικρή
σ_{y0}/E_r	↑	μεγάλη

Πρέπει να προστεθεί πως η ίδια επιρροή βρέθηκε για τη μέγιστη ισοδύναμη πλαστική παραμόρφωση $(\epsilon_{eq})_{max}$.

Μία σημαντική διαφορά των διειδύσεων κατά Knoop και Vickers, είναι πως οι μεγαλύτερες τιμές εφελκυστικής τάσης σ_{max} φαίνονται να είναι κάθετες στα επίπεδα των δύο διαγωνίων κατά την αποφόρτιση, δημιουργώντας δύο ημι κυκλικές ρηγματώσεις. Η ρωγμή κατά Knoop είναι πιο ορατή από την Vickers, κάτι που είναι χρήσιμο σε μερικά υλικά που δυσκολεύεται η παρατήρηση των επιφανειών τους.

Το Σχήμα B25, Παράρτημα Β παρουσιάζει παρατηρήσεις ρηγματώσεις από μεγάλα φορτία στο x-z, (Lube 2001). Το υλικό που χρησιμοποιήθηκε για τα πειράματα είναι ένα gas pressure silicon nitride doped με 3wt. % MgO. Δύο τύποι ρηγματώσεων αναγνωρίζονται: η κάθετη και η πλευρική. Ειδικά σε μεγάλα φορτία διείδυσης, ρηχές πλευρικές ρηγματώσεις συνοδεύονται από βαθιές κάθετες ρηγματώσεις. Επιπρόσθετα, οι ρηχές πλευρικές ρηγματώσεις τοποθετούνται ακριβώς κάτω από την πλαστική ζώνη (Lube 2001). Η διεύθυνση της ρωγμής αναπαράγεται σε συμφωνία με τις κάθετες τάσεις σ_{xx} για τις κάθετες ρωγμές και σ_{zz} για τις πλευρικές ρωγμές. Η ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων έδειξε πιθανές περιοχές ρηγματώσης (Σχήματα B25 (c) και (d), Παράρτημα Β). Όσον αφορά τις σ_{xx} παραμένουσες τάσεις που επηρεάζουν τη διάδοση των κάθετων ρωγμών στο x-z, παρατηρούμε πως η ρηγματώση αναμένεται ακριβώς στο σύνορο της ελαστο-πλαστικής ζώνης. Σημειώνεται πως μία αύξηση του συντελεστή ευαισθησίας πίεσης από $\beta=0^\circ$ σε $\beta=30^\circ$ προκαλεί μείωση του επιπέδου εφελκυστικών τάσεων στην ελαστο-πλαστική περιοχή, ελαχιστοποιώντας την πιθανότητα σχηματισμού ρωγμής. Τα K και ψ από την άλλη πλευρά είναι μικρότερης σημασίας, όσον αφορά τη γένεση ρωγμής.

Σημειώνεται πως τα ελαστοπλαστικά όρια επεκτείνονται με την αύξηση της γωνίας διόγκωσης ψ . Τελικά οι σ_{zz} παραμένουσες τάσεις θα επηρεάσουν το σχηματισμό πλευρικών υφιστάμενων ροών. Για μικρές τιμές παραμορφώσεων διαρροής παρατηρούνται ρηχές και βαθιές πιθανές ρωγμές. Η μείωση του K προκαλεί συστολή της εφελκυστικής ζώνης των πιθανών ρωγμών. Από την άλλη πλευρά η αύξηση του β και ψ προκαλεί επέκταση των εφελκυστικών περιοχών των πιθανών ρωγμών.

6.5 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν αναλυτικά και πειραματικά αποτελέσματα απόκρισης υλικών που υπόκεινται σε διείδυση Knoop. Η παρούσα ανάλυση διεξήχθη στο πλαίσιο της ελαστο-πλαστικής θεωρίας χρησιμοποιώντας υποελαστικότητα για το ελαστικό μέρος της απόκρισης και πλαστικότητα σύμφωνα με το τροποποιημένο κριτήριο διαρροής Drucker-Prager. Λήφθηκαν υπόψη και οι δύο, σχετιζόμενες και μη σχετιζόμενες πλαστικές ροές. Η ανάλυση έγινε σε προηγούμενες μελέτες πεπερασμένων στοιχείων, αλλά διερευνώνται τα χαρακτηριστικά του συγκεκριμένου διεισδυτή με καταστατικό νόμο που συμπεριλαμβάνει την εξάρτηση από την υδροστατική πίεση. Διερευνήθηκαν οι επιδράσεις όλων των παραμέτρων που μπορούν να μεταβληθούν στο μοντέλο Drucker-Prager, όπως γωνία τριβής, ο λόγος μεταξύ της τάσης διαρροής σε τριαξονική συμπίεση και εφελκυσμό και η γωνία διόγκωσης. Παρομοιες μελέτες υπάρχουν στη βιβλιογραφία μόνο για διεισδυτές Vickers και Berkovich.

Ακολουθούν τα συμπεράσματα που προέκυψαν:

1. Η επίδραση της εσωτερική τριβής β και της γωνίας διόγκωσης ψ είναι παρόμοια με τη συμπεριφορά που παρατηρείται στα κλασσικά ελαστοπλαστικά υλικά που παρουσιάζουν strain hardening.
2. Σε όλα τα μακροσκοπικά αποτελέσματα επιτυγχάνεται ένα άνω όριο στην associative case ($\beta=\psi$), ενώ επιτυγχάνεται κάτω όριο όταν $\psi=0^\circ$.
3. Όσον αφορά τη συσχέτιση μεταξύ C/σ_y , ψ και β υπάρχουν πολλές επιλύσεις. Ανεξάρτητα του ψ , η επίδραση του β στο C/σ_y γίνεται σημαντική μόνο όταν $\beta \geq 10^\circ$. Είναι δύσκολο να διακρίνουμε πειραματικά τις επιδράσεις της ευαισθησίας πίεσης όταν $0^\circ < \beta \leq 10^\circ$.
4. Η μέση πίεση p_{av}/σ_{y0} αυξάνει για αυξανόμενο β και αυξανόμενο K (που μετρά την επίδραση της τρίτης αμετάβλητης τάσης), με την επίδραση του K να είναι μικρότερης σημασίας. Από την άλλη, είναι ενδιαφέρον το γεγονός πως η μέση πίεση p_{av}/σ_{y0} παραμένει σχεδόν αμετάβλητη με το ψ για δεδομένο β .
5. Η μέγιστη επιφάνεια επαφής A_{max}/h_{max}^2 αυξάνεται με την αύξηση του ψ . Για αυξανόμενο β και $\psi=0^\circ$, η παράμετρος A_{max}/h_{max}^2 μειώνεται ενώ για αυξανόμενο β και $\psi=\beta$ η παράμετρος A_{max}/h_{max}^2 αυξάνεται. Τελικά όσον αφορά το K , συμπεραίνουμε πως η επίδρασή του στο A_{max} είναι ελάχιστης σημασίας.

6. Το ύψος της ανύψωσης αυξάνεται με την αύξηση του ψ , αλλά μειώνεται με την αύξηση του β . Η επίδραση του ψ μεγιστοποιείται για $\beta=40^\circ$ ενώ για $\beta \geq 40^\circ$ επέρχεται μία ξαφνική πτώση του ύψους ανύψωσης και μείωση της επίδρασης του ψ . Τελικά για $\beta \geq 55^\circ$ επιτυγχάνεται βύθιση αντί της ανύψωσης.
7. Για αυξανόμενο β και / ή ψ το p_{av}/E_r αυξάνεται ενώ το h_{res}/h_{max} μειώνεται.
8. Οι εφελκυστικές παραμένουσες τάσεις μπορούν να αναπτύξουν μία ρωγμή και ένα σύστημα ρηχών και βαθειών ρωγμών. Η θέση των πλευρικών ρωγμών εξαρτάται από το ψ , ενώ το σχήμα της ρωγμής εξαρτάται από το β .

Σημειώνεται πως η μηχανική ανάλυση ήταν φαινομενική καθότι δεν υπολογίστηκαν η παραγωγή θερμότητας, εξαρθρώσεις κόκκων, ατομικές αντιδράσεις εξαιτίας της αιχμηρότητας του διεισδυτή, αλλά και άλλες φυσικές και δυναμικές αντιδράσεις.

Παρά τους παραπάνω περιορισμούς, η διείδυση κατά Knoop είναι μία πρώτης τάξεως μικρομηχανική πειραματική διάταξη που παρέχει εκτιμήσεις του μέτρου ελαστικότητας E , της γωνίας τριβής β συνεκτικών υλικών, που είναι διαθέσιμα σε μικρές ποσότητες (μικρά δοκίμια). Επίσης μπορεί να παράσχει εκτιμήσεις ακαμψίας και απομένουσας έντασης σε ψαθυρά υλικά. Επιπλέον η διείδυση κατά Knoop μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη νανοδιείσδυση, παρέχοντας πλεονεκτήματα σχετικά με τις ρηχές πλαστικές περιοχές και τα ανισότροπα πεδία έντασης που δημιουργούνται. Τα πλεονεκτήματα είναι ιδιαίτερα χρήσιμα για τον προσδιορισμό πολυμερών και κεραμικών υλικών.

Από την προηγούμενη παράγραφο χρησιμοποιείται για την επίλυση της κατά Knoop διείδυσης, η σχέση που συνδέει την μέση πίεση p_{av} με την αντοχή διαρροής σε μονοαξονική θλίψη σ_{YO} ως ακολούθως

$$\frac{p_{av}}{\sigma_{YO}} = (0.0031\beta^2 - 0.0136\beta + 2.471)\alpha K \left(1 - \frac{\beta}{\delta}\right) \quad (6.36)$$

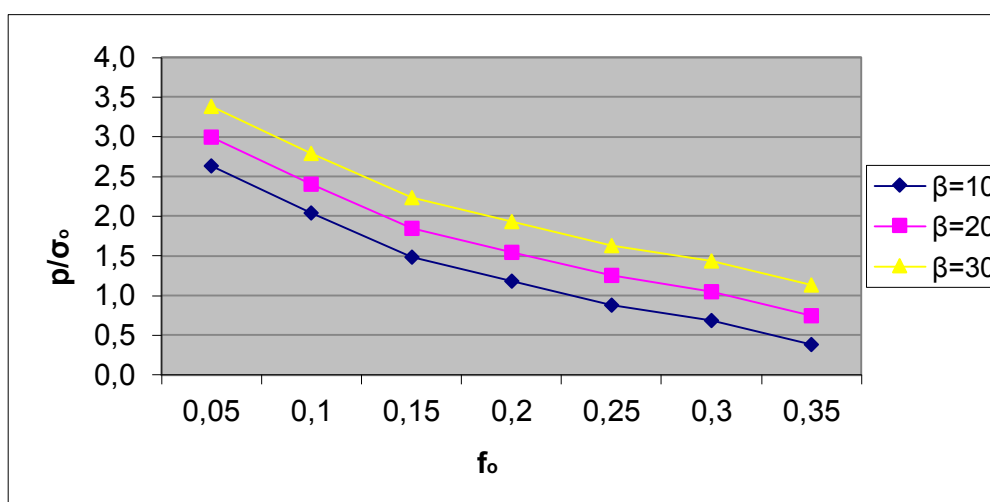
όπου α και δ να αποτελούν παραμέτρους του προβλήματος εξαρτώμενες από τη μεταβλητή K ως ακολούθως :

$$\begin{aligned} \alpha &= -1.0116K + 1.9255 \\ \delta &= 32631K^2 - 52096K + 21012 \end{aligned}$$

Από τη Σχέση 6.44 φανερώνεται η εξάρτηση της κανονικοποιημένης μέσης πίεσης διείδυσης από τους παράγοντες ευαισθησίας στην υδροστατική πίεση β και K .

6.6 Επίδραση του πορώδους

Η επίδραση του πορώδους στην αντίσταση διείσδυσης ανιχνεύθηκε στο παρελθόν από ερευνητές [Fleck et al, 1992] για κωνικό διεισδυτή μέσα από δύο μοντέλα. Το μοντέλο του Gurson, το οποίο είναι κατάλληλο για μικρά πορώδη όπου υπάρχουν καλώς διαχωρισμένα κενά τα οποία είναι τραχέα και σφαιρικά στο σχήμα και το μοντέλο των Fleck et al το οποίο είναι κατάλληλο για τη μικροδομή αποτελούμενη από σφαιρικά κενά ενωμένα από διακριτικούς λαιμούς (συγκολλημένοι κόκκοι). Υπολογισμοί με πεπερασμένα στοιχεία και ένα αναλυτικό μοντέλο ονομαζόμενο cavity expansion, ήτοι, επέκτασης κοιλότητας, δείχνουν ότι η πίεση διείσδυσης είναι δύο και τρεις φορές η μονοαξονική τάση διαρροής του πορώδους υλικού, για μικρά πορώδη έως και 0.3. Και τα δύο μοντέλα, πεπερασμένων στοιχείων και cavity expansion, προτείνουν ότι η μέση πίεση διείσδυσης αυξάνει όσο πιο μικρή γίνεται η γωνία του διεισδυτή, όσο η τάση διαρροής του υλικού αυξάνεται και όσο το επίπεδο του αρχικού πορώδους μειώνεται.

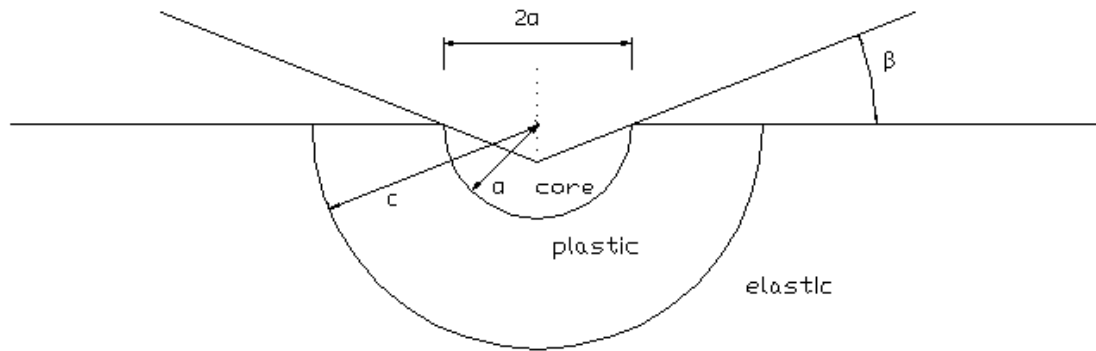


Σχήμα 6.3 Επίδραση του πορώδους στην πίεση διείσδυσης για διάφορες γωνίες διείσδυσης

Η επίδραση του πορώδους στην πίεση διείσδυσης που προβλέπεται από το μοντέλο cavity expansion δίνεται στο Σχήμα 6.3. Η γωνία β θεωρήθηκε ίση με 25° έτσι ώστε να αναφερόμαστε πλέον στον διεισδυτή Knoor.

$$\beta = (180^\circ - 130^\circ)/2 = 25^\circ \quad (6.45)$$

Σημειώνουμε ότι η πίεση διείσδυσης κανονικοποιημένη από το μητρώο τάσης διαρροής σ_0 μειώνεται με την αύξηση του αρχικού πορώδους f_0 και για τα δύο μοντέλα FKM, Gurson (Σχήμα 6.4). Όταν η πίεση διείσδυσης κανονικοποιείται από την μονοαξονική τάση διαρροής Y , η επίδραση της αύξησης του πορώδους είναι να μειωθεί η κανονικοποιημένη πίεση για το Gurson αλλά να αυξηθεί για το FKM.



Σχήμα 6.4 Γεωμετρία του προβλήματος. Το υλικό εντός του ελαστοπλαστικού συνόρου ακτίνας $c > a$ βρίσκεται σε πλαστική κατάσταση ενώ υλικό εκτός του ελαστοπλαστικού συνόρου συμπεριφέρεται ελαστικά.

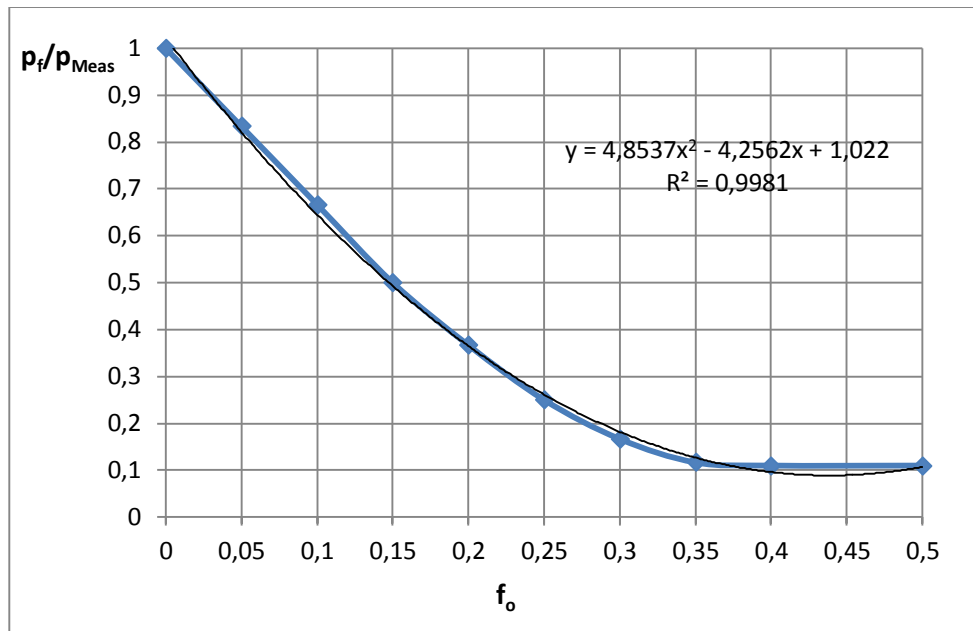
Καθότι η κλίμακα διείδυσης είναι αρκετά μικρή σε σχέση με το grain size (γίνεται αναλυτική σύγκριση σε επόμενο κεφάλαιο) επιχειρήσαμε να διρθώσουμε την μέση πίεση διείδυσης σε σχέση με το πορώδες του υλικού. Αυτό συμβαίνει επειδή θεωρητικά είναι σαν να πραγματοποιούμε διείδυση σε ένα υλικό που δεν έχει πορώδες αφού τα όποια πορώδη δεν συμπεριλαμβάνονται στην μονάδα διείδυσης λόγω κλίμακας. Έτσι επιμερίζουμε την πίεση επαφής σε μία νέα πίεση την p_f με την οποία συνεχίζονται οι υπολογισμοί, η οποία κατά κάποιο τρόπο είναι η μακροσκοπική μέση πίεση του δοκιμίου. Αυτός ο επιμερισμός έγινε με τη βοήθεια του Σχήματος 6.5 που απομειώνει την πίεση σε σχέση με την αύξηση του πορώδους (Fleck N.A. et al. 1992). Αρχικά υπολογίζουμε το λόγο p_f/p_{Meas} όπου p_f η πραγματική πίεση συμπεριλαμβανομένου του πορώδους και όπου p_{Meas} η μέση πίεση μετρημένη από το πείραμα. Έτσι για παράδειγμα για το υλικό Tuffeau de Maastricht Chalk έχουμε:

$$f=0.50, \rightarrow \text{από Σχήμα 6.5} \rightarrow \frac{p_f}{p_{Meas}} = 0.11$$

$$p_f = 0.11 p_{Meas} \rightarrow p_f = 0.11 * 204 \text{ MPa} = 22.44 \text{ MPa}$$

Με υπολογισμένη την πραγματική πλέον πίεση (συμπεριλαμβανομένου του πορώδους του υλικού) υπολογίζουμε τον λόγο p_f/σ_{Y0}

$$\frac{p_f}{\sigma_{Y0}} = \frac{22.44}{3.1} = 7.22$$



Σχήμα 6.5 Συσχετισμός κανονικοποιημένης πίεσης διείσδυσης και πορώδους f_o

6.7 Επιρροή της ευαισθησίας πίεσης (pressure hardening)

Σχετικά με τη μέση πίεση διείσδυσης έχει υπολογισθεί από αναλύσεις πεπερασμένων στοιχείων [Chen I.Weī, 1986] ότι μπορεί να υπολογισθεί μία οριακή τιμή της μέσης πίεσης διείσδυσης η οποία ισούται με

$$H = (3 + 2a)Y_0$$

με H την σκληρότητα η οποία ισούται με τη μέση πίεση διείσδυσης, Y_0 την αρχική αντοχή διαρροής, και a τον συντελεστή ευαισθησίας πίεσης. Η παραπάνω τιμή αποτελεί ένα άνω όριο της σκληρότητας καθώς η ελαστική επαναφορά αναμένεται να απομειώσει τη σκληρότητα. Επίσης έχει αποδειχθεί πως η ίδια η αντοχή διαρροής στην περιοχή της διείσδυσης μεταβάλλεται σε υλικά με ευαισθησία στην υδροστατική πίεση κατά τον Chen I.Weī, 1986 σε σχέση με την αρχική αντοχή διαρροής ως:

$$Y = (1 + 2a)Y_0$$

Πειραματικές μετρήσεις ερευνητών διαπίστωσαν την ορθότητα των ευρημάτων του Chen I.Weī, 1986 όμως οι τιμές ευρέθηκαν πολλές φορές μεγαλύτερες από το αναμενόμενο. Μάλιστα όταν η πρόβλεψη του H/Y_0 είναι αρκετά μεγαλύτερη του $3+2a$ οι ίδιοι ερευνητές το αποδίδουν σε φαινόμενα κράτυνσης και διασταλτικότητας (strain hardening και dilatancy).

6.8 Επιρροή της κράτυνσης (strain hardening)

Στην παρούσα εργασία και στις αμέσως προηγούμενες παραγράφους επιχειρήθηκε να υπολογισθεί η γωνία διατμητικής αντοχής ϕ θεωρώντας δύο μοντέλα το Mohr-Coulomb και το Drucker Prager. Σε αρκετά υλικά αυτό δεν έγινε με επιτυχία επειδή δεν ενσωματώθηκε ο παράγοντας της κράτυνσης του υλικού (αύξηση της αντοχής λόγω πλαστικών παραμορφώσεων). Σε αυτή την παράγραφο θα επιχειρηθεί να γίνει διόρθωση αυτού και υπολογισμός με παραδείγματα σε υλικά όπου είναι γνωστός ο συντελεστής κράτυνσης n .

Η μέση πίεση διείσδυσης σε πλαστικό πεδίο έντασης (P.Papanastasiou et al.,2003) δίδεται ως:

$$P = C_D Y$$

Όπου C_D ο index διείσδυσης καθορίζεται ως

$$C_D = \frac{\rho(1 + fcota)}{(1 + s)f}$$

Ο συντελεστής πορώδους ρ περιγράφεται από τη σχέση

$$\rho = \frac{mf}{\left[3m_{max}^2 + \mu(m_{max}^2 - m^2)^{\frac{1}{2}} \right] f - \mu m}$$

Όπου f, m, ρ είναι συντελεστές τριβής με $0 \leq m \leq m_{max}$

$$C_D = \frac{m(1 + fcota)}{(1 + s) \left[3m_{max}^2 + \mu(m_{max}^2 - m^2)^{\frac{1}{2}} \right] f - \mu m}$$

Για μεγάλες γωνίες διείσδυσης και μεγάλο n έχουμε $|s| \ll 1$. Υποθέτοντας ότι $m^2 \ll m_{max}^2$ και ότι $m \approx f$, καταλήγουμε στην

$$C_D \approx \frac{(1+fcota)}{3m_{max}^2 + \mu m_{max} - \mu} \quad n \gg 1, \quad m^2 \ll m_{max}^2$$

Όμως εξ'ορισμού [P.Papanastasiou et al,2003] $-s \approx \frac{1}{n}$ και $m\tilde{q} = \rho\tilde{\sigma}_c = \pm\tilde{\sigma}_{r\theta}$ με αντικατάσταση του s και $m \approx f$

$$m \approx f \text{ rigid plastic } \frac{1}{n \rightarrow \infty} = 0 \rightarrow s \rightarrow 0$$

$$C_D = \frac{(1 + fcota)}{\left(1 - \frac{1}{n} \right) \left[3m_{max}^2 + \mu(m_{max}^2 - f^2)^{\frac{1}{2}} \right] - \mu}$$

Όμως το m_{max}^2 δίδεται από

$$m_{max}^2 = \frac{1 - \frac{\mu^2}{9}}{3}$$

Έυρεση της σύνδεσης των συντελεστών μ και α :

$$I_1 = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}), \sqrt{J_2} = \sqrt{\frac{1}{2} s_{ij} s_{ji}}, s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{I_1}{3} \delta_{ij}$$

$$\sigma_{eff} = \sqrt{J_2} + \alpha I_1, q = \sqrt{3} \sqrt{J_2}, \sigma_h = \frac{I_1}{3}$$

$$\sqrt{3} \sqrt{J_2} + \mu \frac{I_1}{3} = k, \sqrt{J_2} + \frac{\mu I_1}{3\sqrt{3}} = \frac{k}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Επομένως } \frac{\mu}{3\sqrt{3}} = \alpha \text{ και } \mu = \tan \beta < 3$$

Τελικά στις χρήσιμες περιπτώσεις όταν $f=0$ έχουμε:

$$C_D = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{n}\right) [3m_{max}^2 + \mu m_{max}] - \mu}$$

Όταν $n \rightarrow \infty$ δηλαδή απολύτως πλαστική συμπεριφορά (χωρίς κράτυνση) έχουμε:

$$C_D = \frac{1}{3m_{max}^2 + \mu m_{max} - \mu}$$

Για ένα von Mises υλικό όπου $\mu \rightarrow 0$ (δεν υπάρχει υδροστατικό μέρος πίεσης)

Το $m_{max}^2 \rightarrow \frac{1}{3}$ και το $C_D = 1$ (αναμενόμενο)

Παραδείγματα (χωρίς κράτυνση)

- Για $\beta=0^\circ$, $\mu=0$, $C_D=1$, $3C_D=3$ άρα $p/\sigma_y=3$ (ξεκινάει από 3 και πάνω)
- Για $\beta=15^\circ$ $\mu=0.2679$

$$m_{max}^2 = 0.3306$$

$$C_D = 1.238 \text{ και } 3C_D = 3.7 \text{ Το σχήμα 6(α) για } p/\sigma_y=3.7 \text{ δίνει } \beta=18^\circ$$

- Για $\beta=30^\circ$, $\mu=\tan\beta=0.5773$

$$m_{max}^2 = 0.3209$$

$$C_D = 1.4037 \text{ και } 3C_D = 4.211. \text{ Το σχήμα 6(α) για } p/\sigma_y=4.211 \text{ δίνει } \beta=30^\circ.$$

- Για $\beta=40^\circ$ $\mu=0.839$

$$m_{max}^2 = 0.3072$$

$$C_D = 1.826 \text{ και } 3C_D = 5.478. \text{ Το σχήμα 6(α) για } p/\sigma_y=5.478 \text{ δίνει } \beta=38^\circ$$

Επομένως για $0^\circ < \beta < 30^\circ$ οι προβλέψεις ταυτίζονται με αυτές των *P.Papanastasiou et al, 2003* (no strain hardening, $\psi=0$).

Μετά από τις παραπάνω αναλύσεις, η σκληρότητα ενός υλικού με ευαισθησία στην υδροστατική πίεση, υπό διείσδυση υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση:

$$H = C_D(3 + 2\alpha)Y_0$$

όπου περιλαμβάνεται η επιρροή της κράτυνσης του υλικού και η επιρροή της αύξησης της πίεσης.

6.9 Εύρεση γωνίας διαστολής $\beta(^{\circ})$ / εσωτερικής τριβής $\phi(^{\circ})$

Ο Πίνακας 3.5, που δείχνει τα αποτελέσματα της ανάλυσης του 3^{ου} Κεφαλαίου της παρούσας εργασίας και το Σχεδιάγραμμα 6(α) δείχνουν την αντιστοιχία της γωνίας ϕ και β αντίστοιχα σε σχέση με τον λόγο ρ/σ_{Y0} για τα δύο κριτήρια αστοχίας Mohr-Coulomb και Drucker-Prager.

Πίνακας 3.5 Αποτελέσματα ανάλυσης για τη γωνία $\beta=65^\circ$

ϕ (deg)	α (deg)	$L^*\cos(\beta-\alpha)/t$	F/ct	L/t	t/α	$F/2\alpha c$
1	56.150	3.882	28.205	3.929	0,231	3,253
2	56.264	4.075	29.646	4.123	0,220	3,258
3	56.379	4.273	31.132	4.322	0,210	3,264
4	56.494	4.498	32.741	4.548	0,199	3,263
5	56.608	4.721	34.542	4.772	0,190	3,280
6	56.723	4.971	36.469	5.023	0,180	3,290
7	56.837	5.230	38.486	5.284	0,172	3,301
8	56.952	5.521	40.770	5.576	0,163	3,313
9	57.067	5.812	43.080	5.868	0,154	3,327
10	57.181	6.147	45.756	6.204	0,146	3,342
11	57.296	6.482	48.470	6.541	0,139	3,358
12	57.410	6.843	51.420	6.903	0,131	3,375
13	57.525	7.260	54.862	7.323	0,124	3,395
14	57.640	7.681	58.377	7.745	0,117	3,415
15	57.754	8.172	62.506	8.238	0,110	3,438
16	57.869	8.678	66.823	8.746	0,104	3,462
17	57.983	9.250	71.753	9.320	0,097	3,489
18	58.098	9.843	76.924	9.915	0,091	3,516
19	58.213	10.543	83.088	10.617	0,085	3,546
20	58.327	11.259	89.489	11.336	0,080	3,577
21	58.442	12.082	96.915	12.161	0,075	3,611
22	58.556	12.993	105.245	13.075	0,069	3,647
23	58.671	13.971	114.306	14.056	0,064	3,685
24	58.785	15.155	125.385	15.244	0,059	3,727
25	58.900	16.392	137.146	16.486	0,055	3,770
26	59.015	17.886	151.486	17.984	0,050	3,817
27	59.187	19.176	164.558	19.276	0,047	3,869
28	59.358	20.710	180.287	20.811	0,044	3,926
29	59.530	22.237	196.373	22.339	0,041	3,984
30	59.702	24.105	216.267	24.208	0,037	4,048
31	59.874	25.971	236.746	26.076	0,035	4,114
32	60.046	28.249	262.048	28.355	0,032	4,188
33	60.218	30.516	288.066	30.622	0,030	4,263
34	60.390	33.005	317.329	33.112	0,027	4,343
35	60.562	36.117	354.360	36.225	0,025	4,433
36	60.734	39.305	393.662	39.414	0,023	4,526
37	60.848	44.795	458.284	44.913	0,020	4,624

38	60.963	51.167	534.840	51.294	0,018	4,725
39	61.077	60.075	643.086	60.216	0,015	4,840
40	61.192	70.645	774.367	70.801	0,013	4,956
41	61.306	85.770	964.604	85.949	0,011	5,086
42	61.478	97.257	1.124.410	97.441	0,009	5,229
43	61.650	109.375	1.300.920	109.562	0,008	5,381
44	61.822	126.290	1.550.090	126.484	0,007	5,553
45	61.994	141.739	1.795.230	141.934	0,006	5,732
46	62.166	162.608	2.131.990	162.807	0,006	5,934

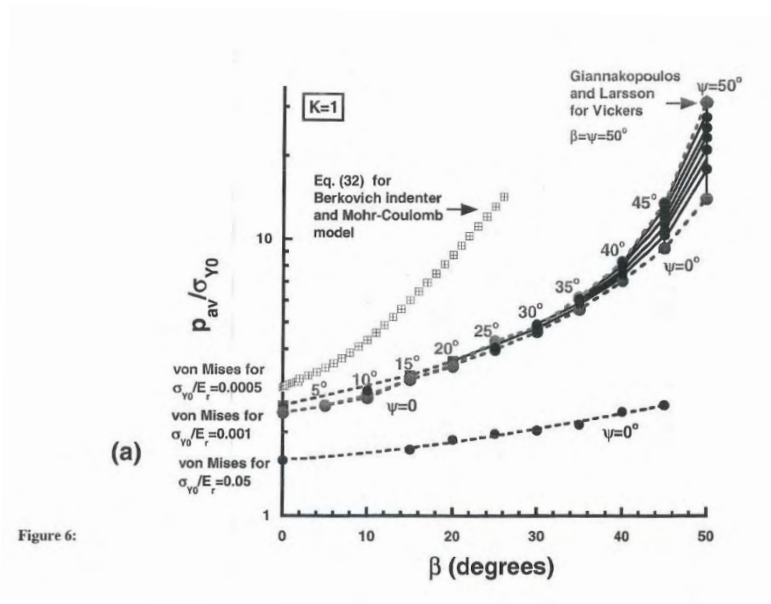


Figure 6:

Σχήμα B6(a) Παράρτημα Β.

Η μεθοδολογία με την οποία προτείνεται ο προσδιορισμός της γωνίας διαστολής $\beta(^{\circ})$ (υλικά που υπακούν στο κριτήριο αστοχίας Drucker-Prager) ή της γωνίας εσωτερικής τριβής $\phi(^{\circ})$ (υλικά που υπακούν στο κριτήριο αστοχίας Mohr-Coulomb) έχει ως ακολούθως. Έχοντας υπολογίσει την μέση πίεση διείδυσης p_{av} πειραματικά, υπολογίζουμε την πίεση συμπεριλαμβανομένου του πορώδους του υλικού p_f , και σχηματίζουμε τον λόγο p_f/σ_{y0} . Πλέον διερευνάται εκ του αποτελέσματος η γωνία διαστολής/εσωτερικής τριβής και με τα δύο μοντέλα και διαφαίνεται η συμπεριφορά του υλικού σε σχέση με το κριτήριο αστοχίας. Όταν ταυτίζεται η πρόβλεψη της γωνίας $\beta(^{\circ})$ ή $\phi(^{\circ})$ με τις δεδομένες για τα υλικά μας αντίστοιχες γωνίες, σκιαγράφουμε το αντίστοιχο κελί του Πίνακα 6.6. Ομοίως υπολογίσθηκαν για όλα τα υλικά που εξετάζουμε στην παρούσα εργασία οι αντίστοιχες γωνίες. Στο επόμενο πίνακα ειδικά για υλικά όπου γνωρίζαμε τον συντελεστή κράτυνης η (Zaman M. et al, 1994), όπως τα Pietra di Leece Limestone $\eta=2.7$ και Pietra Vicenza Limestone $\eta=2.7$ και Tuffeau de Maastricht Chalk $\eta=2.1$, έγινε η διόρθωση σχετικά με την επιρροή της κράτυνης.

- Tuffeau de Maastricht Chalk
 $\eta=2.1$, $\beta=18^{\circ}$, $\mu=\tan\beta=0.3249$

$$m_{max}^2 = \frac{1 - \frac{\mu^2}{9}}{3} = 0.3294$$

$$C_D=3.45$$

- Pietra Vicenza Limestone
 $\eta=2.7$, $\beta=38.2^\circ$, $\mu=\tan\beta=0.787$, $m_{max}^2 = 0.31$
 $C_D=13.596$
- Pietra di Leece Limestone
 $\eta=2.7$, $\beta=22.82^\circ$, $\mu=\tan\beta=0.420$, $m_{max}^2 = 0.326$
 $C_D=2.89$

Πίνακας 6.6 Αποτελέσματα υπολογισμού γωνίας διαστολής $\beta(^\circ)$ και γωνίας εσωτερικής τριβής $\phi(^\circ)$.

Material	f_o (%)	p_{av} (MPa)	p_f (MPa)	σ_{yo} (MPa)	p_f/σ_{yo}	DATA		OUTPUT	
						ϕ (deg)	β (deg)	$\phi^{Mohr\ Coulomb}$ (deg)	$\beta^{Drucker\ Prager}$ (deg)
Tuffeau de Maastricht Chalk	50,00	204	22.44	3.1	7.225	13.3	18	12.5	36
Pietra di Leece Limestone	47,40	247	27.17	15.4	1.764	14.2	22.82	22	
Pietra Vicenza Limestone	29,30	878	140.48	29.5	4.762	28.1	38.21	43	40
Sander Sand Stone	19,70	5.085	1830.6	48.8	37.512	43.6	47.98	42	
Gruness Soapstone	8,00	498	348.6	60.1	5.800	25.9	36.26	10	35
Portland island Limestone	20,10	1.330	478.8	78.5	6.099	27.1	37.35	11	37
Gioia Marble	1,50	1.239	1115.10	80.5	13.852	40.7	46.59	28	50
Lorano Marble	1,60	1.253	1240.47	89.0	13.937	34.3	42.87	28	50
Dionysos Marble	1,60	1.078	1067.22	90.3	11.818	39.7	46.07	25	50
Serena Sandstone	6,50	3.589	2799.42	116.3	24.070	46.0	49.01	36	
Cement paste		264		32.25	8.186	27.0	40.34	18	40

*Zohdi T.I. 2002, Ghebrab T.T. 2011

6.10 Υπολογισμός συνοχής

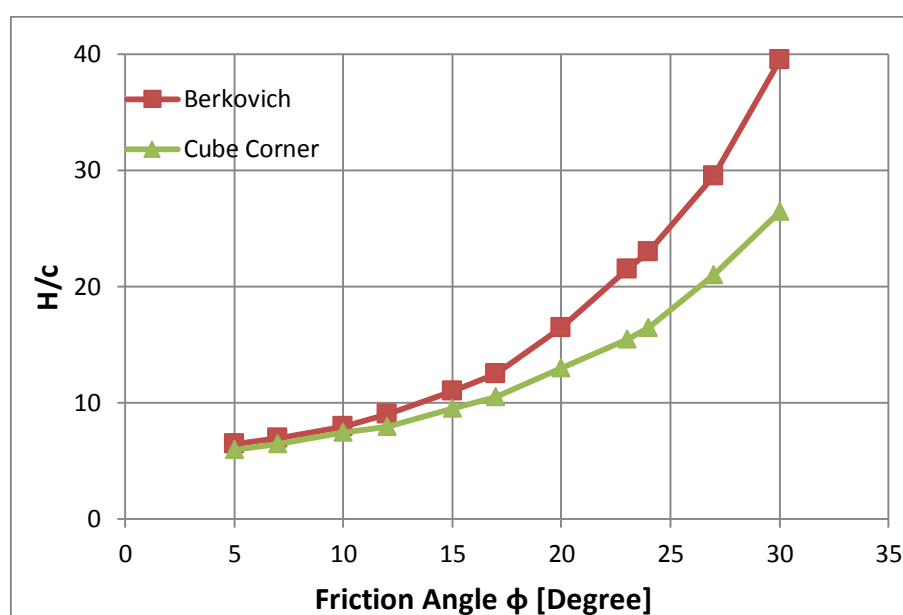
Μία τεχνική διπλής διείσδυσης για τον προσδιορισμό της συνοχής και της γωνίας διατμητικής αντοχής θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί για υλικά που υπακούουν στο κριτήριο διαρροής Mohr-Coulomb με associative flow rule. Η τεχνική αυτή θα παρείχε το πλεονέκτημα της επαναληψιμότητας (για δεδομένο δοκίμιο) με δύο διεισδυτές διαφορετικής γωνίας. Ερευνητές [Ganneau et al, 2006] έχουν προτείνει αυτή τη μέθοδο με το συνδυασμό διεισδυτή Berkovich και Corner Cube που παρουσιάζουν γωνία διείσδυσης $\theta_B=70.32^\circ$ και $\theta_{CC}=42.28^\circ$ αντίστοιχα. Το όλο ζήτημα επιλύθηκε εισάγοντας ως δεδομένο δύο τιμές σκληρότητας του υπό διερεύνηση υλικού. Η

εξίσωση 6.46 συνδέει τον λόγο σκληρότητας προς συνοχή (H/c) με μία σειρά παραγόντων που θεωρούνται μοναδικά για την επίλυση και περιγράφονται στον Πίνακα 6.7. Σημειώνεται ότι θεωρείται πως οι ελαστικές τροπές θεωρούνται πολύ μικρές σε σχέση με τις πλαστικές τροπές.

$$\frac{H^+}{c} = \frac{\delta'(\varphi, \theta)}{\tan \varphi} = \frac{1}{\tan \varphi} \sum_{k=1}^{k=N} (a_k(\theta) \tan \varphi)^k \quad (6.46)$$

Πίνακας 6.7 Παράγοντες α_k για τους διεισδυτές Berkovich και Corner Cube

	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
$\theta_B=70.32^\circ$	5.7946	2.9455	-2.6309	4.2903	-3.4887	2.7336
$\theta_{CC}=42.28^\circ$	5.9455	2.4253	-2.7578	4.0152	-3.2938	2.5369



Σχήμα 6.7 Οριακές λύσεις του λόγου H/c για δύο γεωμετρίες διεισδυτών Berkovich $\theta_{BB}=70.32^\circ$ και Cube Corner $\theta_{CC}=42.28^\circ$.

Στην παρούσα εργασία επιχειρήθηκε να επιλυθεί το αντίστροφο πρόβλημα των Ganneau et al, δηλαδή με δεδομένη τη γωνία διατμητικής αντοχής ϕ και μία τιμή σκληρότητας που υπήρχαν διαθέσιμα, να προσδιορισθεί η συνοχή και να συγκριθεί με τις πραγματικές τιμές. Έγινε επίλυση για όλα τα φυσικά υλικά και για την τσιμεντόπαστα και προέκυψε ο λόγος H/c . Χρησιμοποιώντας τη σκληρότητα Knoop που είχαμε διαθέσιμη από τις σκληρομετρήσεις και με δεδομένη την ήμισυ γωνία διείσδυσης, υπολογίστηκε η συνοχή c . Τα αποτελέσματα της επίλυσης και η σύγκριση

των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται στον πίνακα 6.8. Είναι φανερό ότι η παραδοχή της associative πλαστικής ροής δεν είναι καλή σε όλα τα υλικά.

Σημειώνεται ότι το μοντέλο Drucker-Prager μπορεί να συνδεθεί με το μοντέλο Mohr-Coulomb (η επιφάνεια διαρροής κατά Drucker-Prager είναι μία ήπια εκδοχή της επιφάνειας διαρροής Mohr-Coulomb). Συμφώνως, το μοντέλο Mohr-Coulomb συχνά εκφράζεται υπό όρους συνοχής c και γωνίας εσωτερικής τριβής ϕ . Τότε,

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{3} \sin \phi}{\sqrt{1 + \frac{1}{3} \sin^2 \phi}} \quad (6.33)$$

Και

$$c = \frac{k}{\sqrt{1 - 12\alpha^2}} \quad (6.34)$$

Όπου $\alpha = \frac{\tan \beta}{3\sqrt{3}}$ με $\alpha \leq 1/\sqrt{12}$ (π.χ. $\tan \beta \leq 3/2$) και $k = -\alpha J_1 + J_2^{1/2}$ ή $k = \left(a + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \sigma_c$.

Η εξίσωση 6.32 σχεδιάστηκε στο Σχήμα B6 (a) και (b), (Παράρτημα Β), σύμφωνα με τις παραπάνω τροποποιήσεις με σκοπό οι παράμετροι του μοντέλου Mohr-Coulomb να είναι ευθέως συνδεδεμένοι με τις παραμέτρους του μοντέλου Drucker-Prager. Τα αποτελέσματα των Ganneau et al για διεσδυτή Berkovich δείχνουν μία πιο απότομη απόκριση με το β (ή ψ). Επιπλέον μία διαφορά κατά 20% παρατηρείται για τους δύο διεσδυτές στην περιορισμένη περίπτωση ενός von Mises υλικού ($\beta = \psi = 0^\circ$).

Πίνακας 6.8 Σύγκριση τιμών συνοχής με μετρηθείσες τιμές (Paramichos E. et al. 2006)

Material	ϕ (data)	H/c	HK (MPa)	c (MPa)	c (MPa) data
Pietra di Leece Limestone	13.3	9.99	204	20.40	1.23
Tuffeau de Maastricht Chalk	14.2	10.62	247	23.24	6.71
Gruness	28.1	32.91	870	26.43	8.93
Portland island Limestone	43.6	191.90	5085	26.49	11.00
Sander Sand Stone	25.9	27.03	395	14.60	18.50
Pietra Vicenza Limestone	27.1	30.07	1330	44.22	23.80
Dionysos Marble	40.7	128.96	1239	9.60	18.40
Lorano Marble	34.3	60.51	1186	19.59	23.40
Serena Sandstone	39.7	113.37	1159	10.22	21.50
Gioia Marble	46.0	274.06	4145	15.12	23.50
Cement paste	61.0	4450.90	264	0.059	4.04

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί πως η σχέση που συνδέει τα β και ϕ των μοντέλων Drucker Prager και Mohr Coulomb έχει βρεθεί από τους Durban and

Papanastasiou (1997) πως παρέχει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από την Εξ. 6.33 για την associative και non-associative περίπτωση:

$$\tan\beta = \frac{6\sin\varphi}{3+\sin^2\varphi} \quad (6.35)$$

6.11 Υπολογισμός σκληρότητας Knoop με δεδομένη τη γωνία διατμητικής αντοχής ϕ (αντίστροφο πρόβλημα)

Στην παράγραφο 6.10 επιχειρήθηκε η εύρεση της γωνίας $\phi(^{\circ})$ θεωρώντας γνωστές τις τιμές μέσης πίεσης ($p_{av}=HK$) όπου και τα αποτελέσματα δεν ήταν ιδιαίτερα ικανοποιητικά. Σε αυτή την παράγραφο θα γίνει εύρεση της μέσης πίεσης θεωρώντας γνωστές τις γωνίες διατμητικής αντοχής. Αρχικά συνοψίζουμε τα αποτελέσματα της ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων για τη διείδυση κατά Knoop (συνειρτημένη ροή και μικρές ελαστικές παραμορφώσεις, χωρίς φαινόμενα κράτυνσης).

Πίνακας 6.9 Αποτελέσματα της ανάλυσης πεπερασμένων στοιχείων για τη διείδυση κατά Knoop

$\phi(^{\circ})$	Papanastasiou		$\beta(^{\circ})$	FEM		
	$\tan\beta = \frac{6\sin\varphi}{3+\sin^2\varphi}$	$\frac{(p_{av})_{M-C}/c\sqrt{3}}{(p_{av})_{D-P}/\sigma_c}$		Drucker-Prager p_{av}/σ_c	Mohr-Coulomb $p_{av}/c\sqrt{3}$	$\frac{(p_{av})_{M-C}/c\sqrt{3}}{(p_{av})_{D-P}/\sigma_c}$
0	0	1	0	2.50	2.72	1.088
5	0.1694	1.127	9.61	2.73	3.33	1.219
10	0.3283	1.279	18.2	3.59	4.27	1.189
15	0.4765	1.466	25.5	4.78	5.85	1.223
20	0.6140	1.694	31.5	6.10	8.40	1.377
25	0.7409	1.974	36.5	7.41	12.35	1.666
30	0.8571	2.330	40.6	8.65	18.80	2.173
35	0.9630	2.794	43.9	9.74	30.25	3.105
40	10.587	3.399	46.6	10.70	53.00	4.953
45	11.445	4.220	48.9	11.57	104.00	8.988

Στη συνέχεια υπολογίζονται σύμφωνα με τον παραπάνω Πίνακα 6.9, οι τιμές της μέσης πίεσης διείδυσης (σκληρότητας Knoop) κατά (α) Drucker-Prager (συνειρτημένη ροή) και κατά (β) Mohr-Coulomb (συνειρτημένη ροή) υπολογίζοντας τις κατάλληλες προβλέψεις πεπερασμένων στοιχείων για το κάθε ένα υλικό με την αντίστοιχη γωνία $\phi(^{\circ})$ και θλιπτική αντοχή σ_c που προβλέπεται, συμφώνως με τον Πίνακα 6.10 μηχανικών χαρακτηριστικών των πετρωμάτων.

Πίνακας 6.10 Τα υπό εξέταση υλικά και οι αναφερόμενες μηχανικές ιδιότητες (Papamichos et al 2004)

Material	Origin	Observed Grain Size [μm]	Porosity Density f [%]	Density ρ [g/cm ³]	Ultimate Compressive Strength σ _c [MPa]	Elastic modulus [GPa]	Poisson ratio ν [-]	Mohr Coulomb φ [°]	Cohesive strength c [MPa]	Drucker Prager angle β [°]
1. Tuffeau de Maastricht										
Chalk	Netherlands	100	50.0	1.304	3.1	0.90	0.09	13.3	1.23	23.1
2. Pietra di Lecce										
Limestone	Italy	80-100	47.4	1.470	15.4	4.8	0.23	14.2	6.71	24.4
3. Pietra di Vicenza										
Limestone	Italy	400-2000	29.3	1.948	29.5	15.8	0.31	28.1	8.93	39.1
4. Sander Sandstone										
	Germany	150-200	19.7	2.195	48.8	8.8	0.36	43.6	11.0	48.3
5. Grunnes Soapstone										
	Norway	800-2000	0.8	2.895	60.1	29.8	0.39	25.9	18.5	37.3
6. Portland Island										
Limestone	UK	300	20.1	2.231	78.5	33.1	0.24	27.1	23.8	38.3
7. Gioia Marble										
	Carrara, Italy	150-250	1.5	2.708	80.5	42.1	0.42	40.7	18.4	47.0
8. Lorano Marble										
	Carrara, Italy			2.710	89.0	49.8	0.25	34.3	23.4	43.5
9. Dionysos Marble										
	Athens, Greece	300-400	1.6	2.708	90.3	45.6	0.32	39.7	21.5	46.5
10. Serena Sandstone										
	Firenzuola, Italy	200-800	6.5	2.588	116.3	22.7	0.30	46.0	23.5	49.2
11. Cement paste										
	Volos, Greece	25-50	44.0	1.557	31.5	5.42	0.23	25.3*	4.04	-
12. PMMA (T_g=123°C Mn=10⁶)	Quinson et al (1997) at 20°C	-	0	1.18	120	3.8	0.5	-	-	31.5
13. Mg-P57 (20°C)	Chen and Morel (1986) Hannik and Swain (1984)	50	0	5.7	1400	185	0.31	-	-	50.2
14. Metal glass (Pb₄₀Ni₄₀P₂₀)	Donovan (1989) Vaidyanathan et al (2001)	-	0	-	1780	96	0.4	6.4	795	16.5

*Heaukamp et al (2001).

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.11 όπου φαίνονται οι προβλέψεις σύμφωνα με την μεθοδολογία της παρούσας εργασίας και συγκρίσεις με τις πειραματικές τιμές όπως διεξηχθησαν στα πλαίσια της παρούσας εργασίας. Σημειώνεται πως στον τελικό πίνακα προστέθηκαν ακόμη τρία υλικά αφού υπήρχαν διαθέσιμα τα δεδομένα τόσο τα μηχανικά χαρακτηριστικά όσο και τα πειραματικά σε Knoop διείδυση.

Πίνακας 6.11 Σύγκριση των υπολογισμένων και πειραματικών τιμών σκληρότητας Knoop.

Material	Knoop hardness [MPa]			$\sigma_c / E (10^{-3})$
	Computed		Measured	
	Dracker-Prager Associative (Non-Associative)	Mohr-Coulomb Associative		
1. Chalk	12.5	16.4	204	3.44
2. Limestone Lecce	70.5	86.3	247	3.21
3. Limestone Vicenza	241.4	482.3	870	1.87
4. Sandstone Sander	553.4	4378	4844	5.55
5. Soapstone Grunnes	459.5	812	418	2.02
6. Limestone Portland	623.3	1182	1331	2.37
7. Marble Gioia	873.6	4841	1239	1.91
8. Marble Lorano	854.9	2550	1253	1.79
9. Marble Dionysos	963.3	6717	1038	1.98
10. Sandstone Serena	1359	4648	5409	5.12
11. Cement paste	149.6	184.2	189	5.81
12. PMMA ($T_g = 123^{\circ}C$, $M_n = 10^6$)	(224.2)	-	180	31.6
13. Mg-PSZ	16940	-	16000	7.6
14. Metal glass ($Pb_{40}Ni_{40}P_{20}$)	-	6379	5400	18.5

7 ΜΟΝΤΕΛΟ ΑΦΡΩΔΟΥΣ ΠΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ (FOAM MODEL)

Οι Fleck et al. (1992) πραγματοποίησαν κωνική διείδυση (70.3°) σε πορώδη υλικά, χρησιμοποιώντας ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων με $E/\sigma_c=500$, $\nu=0.3$ και τελείως πλαστική απόκριση με σχετιζόμενες πλαστικές παραμορφώσεις με το μοντέλο Gurson, κατάλληλο για μικρά πορώδη ($0 \leq f \leq 0.36$), όπου υπάρχουν καλώς διαχωρισμένα κενά σχεδόν σφαιρικά σε σχήμα.

$$\frac{\sigma_e^2}{\sigma^2} + 2.5 \cosh\left(\frac{1.5\sigma_h}{\sigma}\right) - (1 + (1.25 - f)^2) = 0 \quad (7.1)$$

$\sigma_e^2 = \frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}$, $\sigma_h = \frac{\sigma_{kk}}{3}$, $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_h \delta_{ij}$, σ είναι το μητρώο τάσης διαρροής, f είναι ο λόγος όγκου κενών (πορώδες).

Οι Fleck et al. επίσης εξέτασαν το Fleck-Kuhn-McMeeking (FKM) μοντέλο κατάλληλο για μικροδομές αποτελούμενες από σφαιρικά ελαστο-πλαστικά τμήματα ενωμένα με διακριτούς λαιμούς.

$$\left(\frac{5}{18} \frac{\sigma_e}{p_y} + 2\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{3} \frac{\sigma_h}{p_y}\right)^2 - 1 = 0 \quad (7.2)$$

$p_y = \frac{2.97}{0.36} (1 - f)^2 (0.36 - f) \sigma$ είναι το όριο διαρροής σε υδροστατική φόρτιση.

Η αναλογία της μέσης πίεσης προς την αντοχή διαρροής σε μονοαξονική συμπίεση p_{av}/σ_c όπως υπολογίστηκε από τους Fleck et al. (1992) φαίνεται στον Πίνακα 7.1.

Πίνακας 7.1 Προβλέψεις κανονικοποιημένης μέσης πίεσης από Fleck et al. (1992)

porosity f	p_{av}/σ_c	
	Gurson	FKM
0.00	4.00	-
0.05	3.30	-
0.10	2.73	2.15
0.15	2.40	2.23
0.20	2.15	2.31
0.25	1.99	2.48
0.30	1.78	2.77
0.35	1.45	3.42

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων για ένα αφρώδες υλικό που περιγράφεται στο ABAQUS (κώδικας FEM γενικής χρήσεως) σε συνέχεια της εργασίας των Schofield and Wroth (1968):

$$\left(\frac{p_c + p_t}{2}\right)^2 = \left(\frac{p_t - p_c}{2} + p\right)^2 + \left(\frac{q}{M}\right)^2 \quad : \text{ επιφάνεια διαρροής}$$

$$\frac{9}{2}p^2 + q^2 = h^2 \quad : \text{πιθανή ροή}$$

$$p = -\frac{\sigma_{kk}}{3} \quad : \text{πίεση}$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} : \text{ισοδύναμη τάση κατά Mises}$$

p_t : Αντοχή υλικού σε υδροστατικό εφελκυσμό

p_c : Αντοχή του υλικού σε υδροστατική συμπίεση ($0 < p_t \leq p_c$)

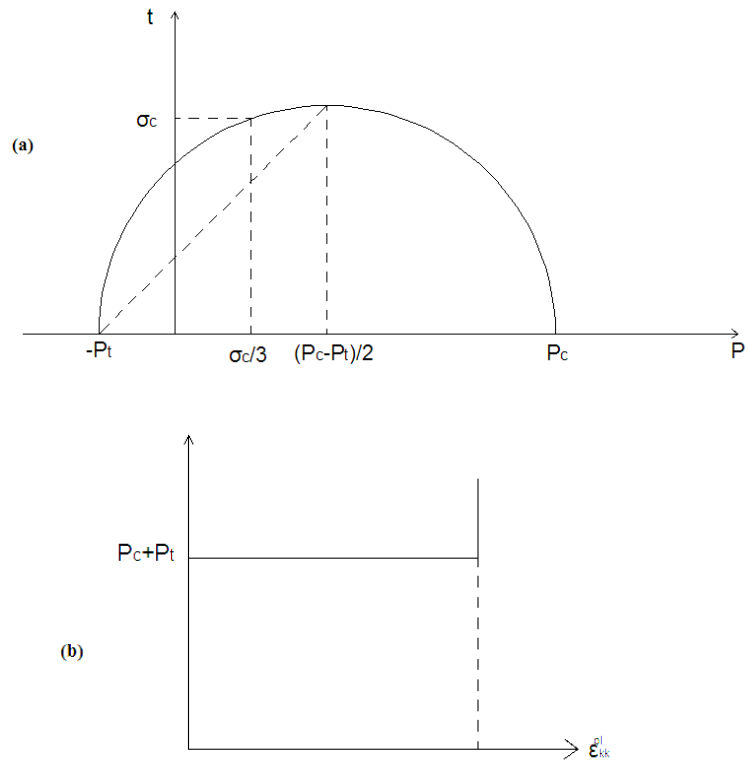
$$M^2 = \frac{\sigma_c^2}{p_t p_c - \frac{1}{3} \sigma_c (p_t - p_c) - \frac{1}{9} \sigma_c^2} > 0$$

σ_c : Αντοχή σε μονοαξονική συμπίεση

Πίνακας 7.2. Αποτελέσματα πεπερασμένων στοιχείων για foam πλαστικότητα (κώνος 70.3°)

Porosity %	p_{av}/σ_c
100	1.00
50	1.09
30	1.25
10	2.08
0	2.66

Το αφρώδες μοντέλο πλαστικότητας (foam plasticity model) βασίζεται στην κρίσιμη κατάσταση και περιγράφει ένα υλικό με αρκετά μεγάλο πορώδες που παρουσιάζει συμπεριφορά συμπίεσης σε θλιπτικά φορτία. Η επιφάνεια διαρροής και η πιθανή ροή έχουν ελλειπτικό σχήμα (Σχήμα 7.1). Το μοντέλο συμπληρώνεται από έναν κανόνα κράτυνσης που δείχνει την εξέλιξη της υδροστατικής συμπίεσης με την πλαστική ογκομετρική συμπίεση. Στην παρούσα ανάλυση, υποθέτουμε έναν γραμμικό νόμο κράτυνσης μέχρι το σημείο που η μέγιστη πλαστική ογκομετρική παραμόρφωση γίνει ίση με το πορώδες του υλικού. Με $\nu=0.25$ και $E/\sigma_c > 100$, βρίσκουμε πως η μέση πίεση ήταν ευαίσθητη μόνο ως προς την μονοαξονική τάση διαρροής σ_c και στο πορώδες. Η διείδυση έδειξε ένα χαρακτηριστικό πορώδες της τάξης του 0.6, σχετιζόμενο με τη συμπίεση πορώδους υλικού κάτω από διείδυση. Για πορώδες κάτω του 0.6, η μέση πίεση είναι $p_{av}/\sigma_c \approx 1$ (Πίνακας 7.2). Το μέτρο ελαστικότητας μπορεί να βρεθεί από την εξίσωση του Marshall. Κατά τη διάρκεια της διείδυσης, δεν παρατηρείται ανύψωση ή βύθιση της επιφάνειας γύρω από το διειδυτή. Τα αποτελέσματα είναι σε συμφωνία με τα πειραματικά ευρήματα των Wilsea et al. (1975).



Σχήμα 7.1: (a) Επιφάνεια διαρροής στο επίπεδο t - p για το αφρώδες μοντέλο (b) Τυπική κράτυνση του αφρώδους υλικού που χρησιμοποιήθηκε

ΜΕΡΟΣ Β΄

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

8 ΥΛΙΚΑ, ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΙ

8.1 Περιγραφή Υλικών

8.1.1 Φυσικά υλικά

Στην παρούσα εργασία εφαρμόστηκαν διαδικασίες μικροσκληρομέτρησης κατά Knoop σε φυσικά υλικά που εμφανίζουν ποικιλία ως προς την σκληρότητά τους, την αντοχή τους, το μέτρο ελαστικότητας και επομένως εξασφαλίστηκε η ποικιλομορφία των δοκιμών. Τα υλικά αυτά και η ακριβή τους ονομασία είναι: κιμωλία από το Μάαστριχτ, (Tuffeau de Maastricht Chalk), ασβεστόλιθος από τη Λέτσε της Ιταλίας (Pietra di Lecce Limestone), ασβεστόλιθος από τη Βενετία της Ιταλίας (Pietra di Venezia Limestone), ψαμμίτης από το Σάντερ (Sander Sandstone), στεατίτης (ταλκικός σχιστόλιθος, τάλκης, σαπωνόλιθος) από το Γκρουνέ (Grunnes Soapstone), ασβεστόλιθος από το νησί Πόρτλαντ (Portland Island Limestone), μάρμαρο από το Γκιόια (Gioia Marble), μάρμαρο από το Λοράνο της Ιταλίας (Lorano Marble), μάρμαρο Διονύσου Ελλάδος (Dionysos Marble) και τέλος ψαμμίτης από τη Σερένα (Serena Sandstone). Ωστόσο, στην παρούσα εργασία θα αναφέρονται με την διεθνή τους ονομασία.

Πίνακας 8.1 Τα υπό εξέταση υλικά και οι αναφερόμενες μηχανικές ιδιότητες (Paramichos et al 2004)

Material	Origin	Observed Grain Size [μm]	Porosity Density f [%]	Density ρ [g/cm ³]	Ultimate Compressive Strength σ _c [MPa]	Elastic modulus [GPa]	Poisson ratio ν [-]	Mohr Coulomb φ [°]	Cohesive strength c [MPa]	Drucker Prager angle β [°]
1. Tuffeau de Maastricht Chalk	Netherlands	100	50.0	1.304	3.1	0.90	0.09	13.3	1.23	23.1
2. Pietra di Lecce Limestone	Italy	80-100	47.4	1.470	15.4	4.8	0.23	14.2	6.71	24.4
3. Pietra di Venezia Limestone	Italy	400-2000	29.3	1.948	29.5	15.8	0.31	28.1	8.93	39.1
4. Sander Sandstone	Germany	150-200	19.7	2.195	48.8	8.8	0.36	43.6	11.0	48.3
5. Grunnes Soapstone	Norway	800-2000	0.8	2.895	60.1	29.8	0.39	25.9	18.5	37.3
6. Portland Island Limestone	UK	300	20.1	2.231	78.5	33.1	0.24	27.1	23.8	38.3
7. Gioia Marble	Carrara, Italy	150-250	1.5	2.708	80.5	42.1	0.42	40.7	18.4	47.0
8. Lorano Marble	Carrara, Italy			2.710	89.0	49.8	0.25	34.3	23.4	43.5
9. Dionysos Marble	Athens, Greece	300-400	1.6	2.708	90.3	45.6	0.32	39.7	21.5	46.5
10. Serena Sandstone	Firenzuola, Italy	200-800	6.5	2.588	116.3	22.7	0.30	46.0	23.5	49.2
11. Cement paste	Volos, Greece	25-50	44.0	1.557	31.5	5.42	0.23	25.3*	4.04	-
12. PMMA (T _g =123°C Mn=10 ⁶)	Quinson et al (1997) at 20°C	-	0	1.18	120	3.8	0.5	-	-	31.5
13. Mg-P57 (20°C)	Chen and Morel (1986) Hannik and Swain (1984)	50	0	5.7	1400	185	0.31	-	-	50.2
14. Metal glass (Pb ₄₀ Ni ₄₀ P ₂₀)	Donovan (1989) Vaidyanathan et al (2001)	-	0	-	1780	96	0.4	6.4	795	16.5

Μέσα από τη διαδικασία της μικροσκληρομέτρησης, παρατηρώντας τις υπό κλίμακα φωτογραφίες από το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο, καταγράφηκαν οι διαστάσεις κόκκων σε κάθε ένα υλικό. Στη συνέχεια συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα σε σχέση με αυτά που είχαμε ως δεδομένα, και παρουσιάζονται στον Πίνακα 8.2.

Πίνακας 8.2 Υλικά και μέγεθος κόκκων

Material	Origin	Reported Grain Size [μm]	Observed Grain Size [μm]
1. Tuffeau de Maastricht Chalk	Netherlands	100	100
2. Pietra di Lecce Limestone	Italy	80-100	60-100
3. Pietra di Vicenza Limestone	Italy	400-2000	420-2000
4. Sander Sandstone	Germany	150-200	100-200
5. Grunnes Soapstone	Norway	800-2000	40-
6. Portland Island Limestone	UK	300	200-300
7. Gioia Marble	Carrara, Italy	150-250	100-200
8. Lorano Marble	Carrara, Italy		200-300
9. Dionysos Marble	Athens, Greece	300-400	400
10. Serena Sandstone	Firenzuola, Italy	200-800	200-
11. Cement paste	Volos, Greece		25-50

Τα αποτελέσματα φαίνονται να είναι αρκετά καλά, με εξαίρεση το Lorano Marble και την τσιμεντόπαστα για τα οποία δεν είχαμε τιμές σύγκρισης, αλλά και και το Grunnes Soapstone που από ότι φαίνεται είναι ένα υλικό με υψηλή ανομοιογένεια όσον αφορά τη δομή του.

8.1.2 Τεχνητά υλικά

Για την παρασκευή σκυροδέματος κονιαμάτων και υλικών αρμολόγησης απαιτείται συνδετική ύλη και δεν είναι άλλη από το τσιμέντο αναμειγμένο με νερό. Αποτελεί πρακτικά το συνδετικό υλικό μεταξύ των αδρανών στο σκυρόδεμα και συμμετέχει στην μηχανική συμπεριφορά του σκυροδέματος, τόσο στην εφελκυστική όσο και στη θλιπτική.

Στην παρούσα εργασία παρασκευάσθηκαν δοκίμια τσιμεντόπαστας με λόγο νερού προς τσιμέντο (w/c) ίσο με 0.65 ώστε να έχουμε κατά το δυνατό μικρότερες αντοχές.

Το 1824 ο Άγγλος J.Asprdin εφήυρε το σύγχρονο τσιμέντο, ο οποίος συνέθεσε μία συνδετική κονία που είχε τις ίδιες ιδιότητες με τη γνωστή τότε ασβεστολιθική πέτρα των ορυχείων της νήσου Portland της Αγγλίας. Κάπως έτσι επικράτησε ο όρος Portland συνώνυμος της υδραυλικής κονιάς, που δηλαδή πήζει και σκληραίνει με την προσθήκη νερού.

Ο λόγος που στην παρούσα εργασία ως τεχνητό υλικό επιλέχθηκε το τσιμέντο είναι επειδή είναι εμφανής η σπουδαιότητά του (συστατικό του σκυροδέματος, επιχρίσματα) ως δομικό υλικό.

8.1.2.1 Παραγωγή του τσιμέντου

Η πρώτη ύλη παρασκευής τσιμέντου είναι κυρίως μίγμα αβεστόλιθων (ενώσεων οξειδίου του ασβεστίου και του πυριτίου) και αργίλου (οξείδια αργίλου). Ειδικότερα η αναλογία είναι τρία μέρη αβεστόλιθων CaCO_3 και ένα μέρος αργίλου, η οποία περιέχει μια σειρά από οξείδια ανάλογα με τον τύπο του τσιμέντου.

Τα οξείδια του ασβεστίου και πυριτίου όταν θερμαίνονται σε υψηλές θερμοκρασίες σχηματίζουν τις υδραυλικές πυριτικές ενώσεις του ασβεστίου που είναι τα δραστικά στοιχεία του τσιμέντου. Δύο είναι οι μέθοδοι παρασκευής του τσιμέντου η ξηρά μέθοδος (και επικρατέστερη σήμερα) όπου η φάση της άλεσης και της τροφοδοσίας γίνεται εν ξηρώ και η υγρή μέθοδος όπου η φάση αυτή γίνεται με τη μορφή υδάτινων αιωρημάτων (υψηλή κατανάλωση ενέργειας). Τα στάδια παραγωγής του τσιμέντου είναι τα ακόλουθα:

1. Οι πρώτες ύλες μεταφέρονται και θραύονται (<30mm)
2. Οι θραυστές πρώτες ύλες αλέθονται και με κατάλληλη τροφοδοσία και διαμερισμό παράγεται η φαρίνα (<40mm)
3. Γίνεται η όπτιση σε περιστρεφόμενους μεταλλικούς κυλίνδρους της φαρίνας, η οποία έχει ήδη προοδευτικά θερμανθεί στους προθερμαντήρες μέχρι τους 600 για δύο ώρες σε θερμοκρασίες που φτάνουν μέχρι 1500 °C (παραγωγή κλίνκερ)
4. Γίνεται η ψύξη και η συνάλεση του κλίνκερ με μικρό ποσοστό γύψου ή και άλλων πρόσθετων προς παραγωγή του τσιμέντου (διαμέτρου κόκκων : 2-80 μm , με μέση τιμή 20 μm και με ειδική επιφάνεια περίπου 300m²/kg).

Η συνήθης πρακτική στην Ελλάδα είναι κατά την τελευταία φάση, το κλίνκερ να αλέθεται μαζί με ποζολάνες, οι οποίες έχουν υδραυλικές ιδιότητες και μειώνουν το κόστος, και μπορεί να είναι:

- Φυσικές ποζολάνες, Θηραϊκή και Μηλαϊκή γη (υφαιστικά παράγωγα υλικά που αφθονούν στην Ελλάδα).
- Ιπτάμενη τέφρα, παραπροϊόν της καύσης λιγνίτη στους ατμοηλεκτρικούς σταθμούς.
- Σκωρία Υψικαμίνου, κοκκοποιημένη σκωρία που παράγεται κατά την κατεργασία σιδηρομεταλλεύματος σε υψικάμινο.

Κατά την ανάμιξη πολλές φορές προστίθενται και ειδικά φυσικά ή τεχνητά ανόργανα ορυκτά υλικά, τα πληρωτικά (fillers), με σκοπό τη βελτίωση των φυσικών ιδιοτήτων του τσιμέντου και κατ' επέκταση του σκυροδέματος. Ως filler (πρόσθετα) χαρακτηρίζονται στην παραγωγή τσιμέντου, τα αδρανή υλικά που δρουν ευνοϊκά στο εργάσιμο και την υδατοπερατότητα. Οι ποζολάνες είναι πυριτικά ή αργιλοπυριτικά υλικά που ενώνονται με την υδράσβεστο Ca(OH)_2 και σχηματίζουν ένυδρες ασβεστοπυριτικές ενώσεις.

8.1.2.2 Ελληνικός Κανονισμός Σκυροδέματος

Ο Ελληνικός Κανονισμός Σκυροδέματος έχει κατηγοριοποιήσει το τσιμέντο σε τέσσερις κατηγορίες ανάλογα με τη σύνθεσή του. Κάθε κατηγορία διαφέρει ως προς τις χημικές ιδιότητες και τη μηχανική αντοχή.

Τσιμέντο Τύπου I- Τσιμέντο Portland

Συστατικά : Klinker + γύψος 2-3% + filler 3 %

Τσιμέντο Τύπου II- Τσιμέντο Portland με Ποζολάνες

Συστατικά : Klinker + γύψος 2-3% + filler 3 % + Ποζολάνες 20%

Τσιμέντο Τύπου III- Ποζολανικό Τσιμέντο Portland

Συστατικά : Klinker + γύψος 2-3% + filler 3 % + Ποζολάνες 20-30%

Τσιμέντο Τύπου IV- Τσιμέντο Portland Ανθεκτικό σε θειικά άλατα

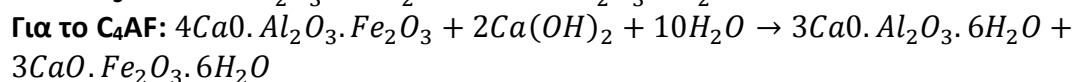
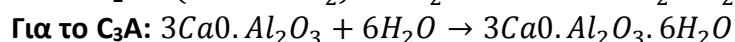
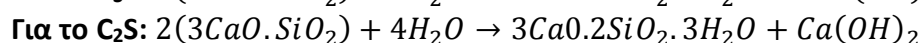
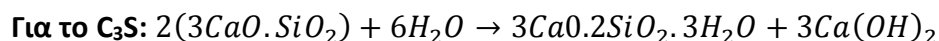
Συστατικά : Klinker + γύψος 2-3% + filler 3 %

Το τσιμέντο τύπου IV ή αλλιώς CEM IV/B Ποζολανικό, χρησιμοποιήθηκε για την παρασκευή της τσιμεντόπαστας και στη συνέχεια των δοκιμίων. Μάλιστα το τσιμέντο αυτό ήταν αντοχής σε θλίψη 32,5 MPa και προερχόταν από την Τσιμεντοβιομηχανία ΗΡΑΚΛΗΣ Lafarge. Αναλυτικά, η περιεκτικότητά του σε Κλίνκερ είναι μεταξύ 45 και 64 τοις εκατό ($45\% < K < 64\%$), ενώ επίσης περιέχει συστατικά όπως φυσική ποζολάνη (20% με 30%), φυσική ποζολάνη ψημένη, ιπτάμενη τέφρα πυριτική, ιπτάμενη τέφρα ασβεστούχα και πυριτική παιπάλη. Επίσης, περιέχει αργλικό τριασβέστιο (C_3A) σε ποσοστό κάτω από 5 %, filler 3% και γύψο (2% με 3%). Το τσιμέντο τύπου IV χαρακτηρίζεται ως ανθεκτικό στα θειικά άλατα.

8.1.2.3 Διαδικασία ενυδάτωσης και σκλήρυνσης του τσιμέντου

Η ενυδάτωση του τσιμέντου ξεκινά από την επιφάνεια των κόκκων του τσιμέντου και προχωράει προς το εσωτερικό τους με συνεχή επιβραδυνόμενο ρυθμό. Η αύξηση της λεπτότητας της άλεσης του τσιμέντου παρότι αυξάνει το κόστος παραγωγής οδηγεί σε πιο γρήγορους ρυθμούς (και χρόνους) ενυδάτωσης και συνεπώς σε γρηγορότερη ανάπτυξη των αντοχών. Να σημειωθεί πως τα συστατικά του τσιμέντου ενυδατώνονται με διαφορετικούς ρυθμούς συνεπώς έχουμε και διαφορετικό ρυθμό αύξησης της αντοχής του εκάστοτε συστατικού του τσιμέντου.

Ακολουθούν οι αντιδράσεις ενυδάτωσης του τσιμέντου:



Οι ελληνικοί κανονισμοί θεωρούν -συμβατικά- ως αντοχή σχεδιασμού την αντοχή που αναπτύσσεται σε χρονικό διάστημα 28 ημερών. Η αντοχή του τσιμέντου (αλλά και του σκυροδέματος) αυξάνεται και μετά τις 28 ημέρες, με συνεχώς μειούμενο ρυθμό. Ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνεται η αντοχή του τσιμέντου είναι συνδεδεμένος με το ρυθμό ενυδάτωσης.

Η ενυδάτωση του τσιμέντου αποτελεί μία εξώθερμη αντίδραση με μέγιστο ρυθμό έκλυσης θερμότητας μία έως δύο ημέρες μετά την έναρξη της αντίδρασης. Ο ρυθμός με τον οποίο εκλύεται θερμότητα αντικατοπτρίζει τον ρυθμό της ενυδάτωσης και συνεπώς τον ρυθμό αύξησης της αντοχής. Πιο συγκεκριμένα κάθε συστατικό του τσιμέντου εκλύει θερμότητα ξεχωριστά και με διαφορετικό ρυθμό κατά τη διαδικασία της ενυδάτωσης.

Πίνακας 8.3 Εκλυόμενη θερμική ενέργεια ενυδάτωσης (Cal/gr) των χημικών ενώσεων του τσιμέντου.

Συστατικό	3 ημέρες	90 ημέρες	13 χρόνια
C ₃ S	58	104	122
C ₂ S	12	42	59
C ₃ A	212	311	324
C ₄ AF	69	98	102

Ο ρυθμός της θερμότητας ενυδάτωσης κατά τα πρώτα στάδια της πήξης και αρχικής σκλήρυνσης του τσιμεντοπολτού, είναι έντονος στα πρώτα λεπτά της ενυδάτωσης, γεγονός που αντιστοιχεί στην ενυδάτωση θεικών και αργλικών συστατικών. Κατόπιν μειώνεται απότομα μόνο για να αρχίσει να αυξάνεται σχεδόν γραμμικά μέχρι τις πρώτες περίπου 6 ώρες ενυδάτωσης, οπότε τελειώνει η διαδικασία πήξης και τέλος αρχίζει και πάλι να μειώνεται με την έναρξη της σκλήρυνσης.

8.2 Περιγραφή Πειραματικής διαδικασίας

8.2.1 Κλασικές πειραματικές διατάξεις

Οι μηχανικές ιδιότητες της τσιμεντόπαστας διερευνήθηκαν με τη βοήθεια των πειραμάτων της εφελκυστικής και θλιπτικής αντοχής. Για την πειραματική διερεύνηση των αντοχών αυτών χρησιμοποιήθηκαν οι μέθοδοι:

- Θλιπτικός έλεγχος κυβικών δοκιμών με επιβολή μονοαξονικού θλιπτικού φορτίου
- Έμμεσος εφελκυστικός έλεγχος από διάρρηξη κυλινδρικών δοκιμών

Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν στο εργαστήριο σκυροδέματος του Τμήματος Πολιτικών Μηχανικών του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας. Για τις ανάγκες των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκε η πρέσα DMG μονοαξονικής θλίψης 3000kN. Η συγκεκριμένη συσκευή συνοδεύεται από υπολογιστή και αυτόματο σύστημα ελέγχου και καταγραφής μετρήσεων.



Σχήμα 8.1 Πρέσα μονοαξονικής θλίψης DMG (Αθανασίου 2012)

Για τις ανάγκες των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκαν τρία κυβικά δοκίμια διαστάσεων 15cmx15cmx15cm (ΥψοςxΠλάτοςxΒάθος) και ένα κυλινδρικό δοκίμιο διαστάσεων 30cmx15cm (ΥψοςxΔιάμετρος).

Για την παρασκευή της τσιμεντόπαστας ορίστηκε ο λόγος N/T δηλαδή τον λόγο νερού προς τσιμέντο του μίγματος. Θέλοντας κατά το δυνατό περισσότερο να μειώσουμε την θλιπτική αντοχή των δοκιμίων που πρόκειται να παρασκευάσουμε επιλέξαμε τον λόγο N/T ίσο με 0.65. Αυτό γιατί είναι γνωστό πως όσο μειώνεται ο λόγος νερού προς τσιμέντο τόσο αυξάνεται η αντοχή του υλικού, είτε πρόκειται για σκυρόδεμα είτε για τσιμεντόπαστα.

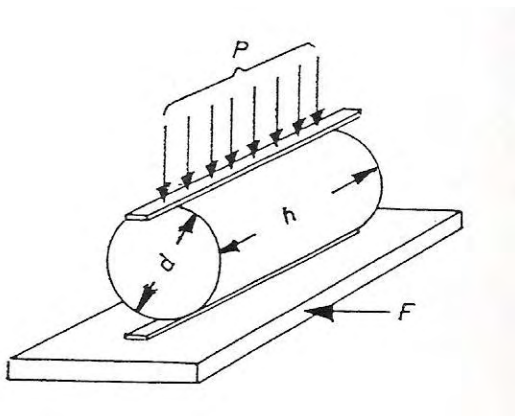
8.2.1.1 Πειραματική διερεύνηση της θλιπτικής αντοχής

Ο έλεγχος της μηχανής θλίψης έγινε με βάση τη μετακίνηση του εμβόλου. Η παραμόρφωση των δοκιμίων πραγματοποιήθηκε με ρυθμό 0.01mm/sec. Η χρονική διάρκεια του κάθε πειράματος κεντρικής θλιπτικής φόρτισης ήταν της τάξης των τριών λεπτών (3min.). Για την πειραματική διερεύνηση της θλιπτικής αντοχής, το δοκίμιο σταθερής διατομής υποβάλλεται σε ομοιόμορφα κατανεμημένη και συνεχώς αυξανόμενη τάση. Το αποτέλεσμα της δοκιμής εκφράζεται σε μονάδες φορτίου ανά μονάδα επιφάνειας δοκιμίου. Στην Ευρώπη χρησιμοποιούνται κυρίως κυβικά δοκίμια ενώ στην Βόρειο Αμερική κυλινδρικά δοκίμια. Η γεωμετρία των δοκιμίων έχει καθοριστική επίπτωση στη μορφή της αστοχίας.

Για τη θραύση των δοκιμίων χρησιμοποιούνται υδραυλικές πρέσες. Οι πρέσες μπορούν να επιβάλλουν είτε συνεχώς αυξανόμενο φορτίο είτε συνεχώς αυξανόμενη παραμόρφωση με ρυθμό που μπορεί να ορίσει ο χειριστής της συσκευής θλίψης. Με

τη χρήση ειδικών διατάξεων μέτρησης των παραμορφώσεων και των δυνάμεων είναι δυνατόν να παραχθούν διαγράμματα φορτίου-ανηγμένης παραμόρφωσης. Τα διαγράμματα αυτά μπορούν να εξάγουν πληροφορίες για τη συμπεριφορά του υλικού.

8.2.1.2 Πειραματική διερεύνηση της εφελκυστικής αντοχής (Έμμεσος εφελκυσμός από διάρρηξη)

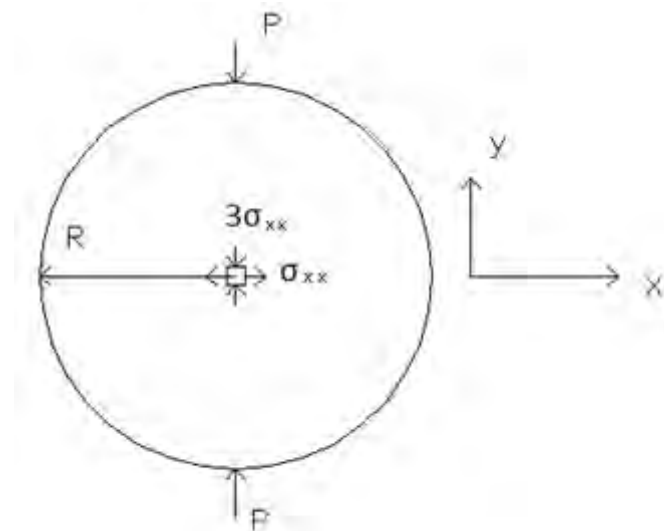


Σχήμα 8.2 Πειραματική διάταξη έμμεσου εφελκυσμού σε διάρρηξη.

Η μέθοδος έμμεσου εφελκυσμού από διάρρηξη (Brazilian split test) είναι η πλέον συνηθισμένη δοκιμή της αντοχής του σκυροδέματος σε έμμεσο εφελκυσμό. Ένα κυλινδρικό δοκίμιο μήκους $L=300\text{mm}$ και διαμέτρου $D=150\text{mm}$ υποβάλλεται σε θλίψη υπό ομοιόμορφα κατανεμημένες δυνάμεις P κατά μήκος δύο αντιδιαμετρικών γενέτειρων της παράπλευρης επιφάνειας. Αποτέλεσμα της φόρτισης είναι η ανάπτυξη ομοιόμορφα κατανεμημένων εφελκυστικών τάσεων κάθετα στο επίπεδο που ορίζεται από τις δύο φορτιζόμενες γενέτειρες :

$$\sigma_{xx} = \frac{2P}{\pi LD} \quad (8.1)$$

Η σχέση βασίστηκε στις παραδοχές ότι ο νόμος του Hooke ισχύει μέχρι την αστοχία του δοκιμίου και επίσης ότι ισχύει δισδιάστατη εντατική κατάσταση. Επιπρόσθετα στο θεωρητικό μοντέλο υπολογισμού των τάσεων αγνοήθηκε η συμμετοχή των θλιπτικών δυνάμεων στην αστοχία του δοκιμίου, καθώς και ότι το δοκίμιο θεωρείται ως ένα σώμα από ομογενές υλικό και όχι ανισοτροπικό. Από συγκρίσεις που έγιναν μεταξύ των μεθόδων άμεσου και έμμεσου εφελκυσμού προκύπτει ότι η εφελκυστική αντοχή σε δοκίμια άμεσου εφελκυσμού είναι κατά 10% -15 % μειωμένη από αυτή σε δοκίμια έμμεσου εφελκυσμού. Επιπρόσθετα κάτι ιδιαίτερα χρήσιμο για τον σχεδιασμό των εντατικών καταστάσεων αστοχίας (Κύκλοι Mohr) σε επόμενο κεφάλαιο είναι το γεγονός πως η θλιπτική αντοχή στο κέντρο του δοκιμίου ισούται με το τριπλάσιο της εφελκυστικής αντοχής (Ripperger & Davids 1947) (βλέπε Σχήμα 8.3).



Σχήμα 8.3 Δοκιμή έμμεσου εφελκυσμού σε διάρρηξη

8.2.2 Μικροσκληρομέτρηση

8.2.2.1 Επιλογή δοκιμών-κοπή

Τα υλικά που επιλέχθηκαν να συμπεριληφθούν στην έρευνα αποτελούνται από ένα πλήθος φυσικών και τεχνητών υλικών που περιγράφονται αναλυτικά στις παραγράφους 8.1.1 και 8.1.2. Πιο συγκεκριμένα αποτελούνται από το Tuffeau de Maastricht Chalk, Pietra di Lecce Limestone, Pietra di Vicenza Limestones, Sander Sandstone, Grunnes Soapstone, Portland Island, Gioia Marble, Lorano Marble, Dionysos Marble, Serena Sandstone, Cement paste. Να σημειωθεί πως από το υπάρχον υλικό μόνο ελάχιστη ποσότητα απαιτείται για να υποστεί τη διαδικασία του πειράματος της διείδυσης, σε σχέση με άλλες μεθόδους. Οι διαδικασίες κοπής, εγκιβωτισμού, λείανσης-στίλβωσης και μικροσκληρομέτρησης έλαβαν χώρα στο Εργαστήριο Υλικών του Τμήματος Μηχανολόγων Μηχανικών Βιομηχανίας του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας.

8.2.2.2 Εγκιβωτισμός

Για τον εγκιβωτισμό των δοκιμών χρησιμοποιήθηκε η ρητίνη Acryfix. Για την παρασκευή της αναμείχθηκαν δύο μέρη κ.ο. σκόνης με ένα μέρος υγρό. Τα δοκίμια τοποθετήθηκαν μέσα σε ειδικά κυλινδρικά ελαστικά καλούπια και έπειτα προστέθηκε το μίγμα της ρητίνης το οποίο με την πάροδο του χρόνου στερεοποιείται. Στη συνέχεια τα καλούπια αφαιρούνται και τα δοκίμια είναι έτοιμα προς λείανση.

8.2.2.3 Λείανση - στίλβωση

Για την λείανση των δοκιμών χρησιμοποιήθηκαν χαρτιά καρβιδίου του πυριτίου (SiC) με πρώτο μέγεθος κόκκου 120 grit*, και με ακολουθία 320,500, 800 και 1000 grit. Κατά την διάρκεια της λείανσης παρείχετο συνεχόμενα νερό, για τον καθαρισμό του δίσκου αλλά και για την ψύξη του δοκιμίου.



Σχήμα 8.4 Λειαντικοί δίσκοι (Αθανασίου 2012)

Η στίλβωση πραγματοποιείται με τη βοήθεια δύο πάνινων τροχών. Στον πρώτο χρησιμοποιείται πάστα με κόκκους διαμαντιού διαμέτρου 3 μm και στο δεύτερο πάστα με κόκκους διαμαντιού διαμέτρου 1 μm . Κατά τη διάρκεια της στίλβωσης χρησιμοποιήθηκε το υλικό OP-U, ως λειαντικό και ψυκτικό μέσο.



Σχήμα 8.5 Συσκευές στίλβωσης (Αθανασίου 2012)

* Οι μονάδες grit που χαρακτηρίζουν τα χαρτιά καρβιδίου του πυριτίου (γυαλόχαρτων λείανσης) περιγράφουν το μέγεθος των κόκκων του υλικού εμποτισμένου στην επιφάνεια του χαρτιού σε μm . Μικρός αριθμός grit (50-80) σημαίνει τραχύ γυαλόχαρτο ενώ μεγάλος (500-1000) σημαίνει πιο λείο γυαλόχαρτο.

8.2.2.4 Μετρήσεις

Σε όλα τα δοκίμια προσαρμόστηκε ένα γυάλινο πλακίδιο μικροσκοπίου με τη βοήθεια μικρής ποσότητας πλαστελίνης, με σκοπό να περιοριστούν τα σφάλματα και να αποφευχθεί η εισαγωγή τάσεων πριν την μικροσκληρομέτρηση. Η μηχανή που χρησιμοποιήθηκε για την πειραματική διαδικασία (διείσδυση και μέτρηση εντυπωμάτων) ήταν το Μικροσκληρόμετρο Wolpert Group (type 402 MVD). Η συσκευή βαθμονομείται με τη μέτρηση σκληρότητας σε δοκίμιο πιστοποιημένου ελέγχου από γνωστό υλικό και γνωστή σκληρότητα.



Σχήμα 8.6 Μικροσκληρόμετρο Wolpert Group (type402 MVD) (Αθανασίου 2012)

Οι μετρήσεις των διαγώνιων των εντυπωμάτων έγιναν με μεγέθυνση x50 με τη βοήθεια της κλίμακας του βερνιέρου του οφθαλμοσκοπίου που ανήκει στο μικροσκληρόμετρο.

Σε όλα τα δοκίμια πάρθηκαν φωτογραφίες με την βοήθεια του οπτικού μικροσκοπίου Leitz Aristomet του Εργαστηρίου Υλικών. Το οπτικό μικροσκόπιο χρησιμοποιήθηκε και σαν οδηγός κατά τη λείανση της επιφάνειας του δοκιμίου, όταν υπήρχαν αμφιβολίες για την ποιότητα της επιφάνειας, χρησιμοποιείτο πιο χοντρό τρίμα (grit) λείανσης. Πριν τη μικροσκληρομέτρηση γινόταν έλεγχος για ρωγμές στα δοκίμια. Δοκίμια με ρωγμές αποκλείονταν από τη διαδικασία.



Σχήμα 8.7 Οπτικό μικροσκόπιο Leitz Aristomet (Αθανασίου 2012)

8.3 Αποτελέσματα διαδικασίας

8.3.1 Μετρήσεις σκληρότητας

Η διαδικασία της μέτρησης σκληρότητας όπως εφαρμόστηκε στο εργαστήριο έχει ως ακολούθως. Πραγματοποιείται η διείδυση της κεφαλής Κνοορ με συγκεκριμένη φόρτιση, παραμένει μερικά δευτερόλεπτα υπό φορτίο και στη συνέχεια αποφορτίζεται το δοκίμιο. Με τη χρήση του οφθαλμοσκοπίου και του βερνιέρου που είναι ενσωματωμένος σε αυτό, μετράται η μεγάλη διαγώνιος του εντυπώματος. Εισάγοντας την τιμή αυτή της μεγάλης διαγωνίου στη συσκευή του μικροσκληρόμετρου, υπολογίζεται αυτόματα η σκληρότητα σε μονάδες HK (Kgf/mm²). Σε περίπτωση αλλαγής της κεφαλής διείδυσης από Κνοορ σε Vickers αλλάζει και ο τρόπος υπολογισμού της σκληρότητας (HV αντί του HK).

Η σκληρότητα Κνοορ υπολογίζεται με την ακόλουθη σχέση (ASTM E384-11e1):

$$HK = 14.2 \frac{P(kgf)}{L^2(mm^2)} \quad (8.2)$$

Όπου:

P: το φορτίο [kgf]

L=2a: το μήκος της μεγάλης διαγωνίου του εντυπώματος [mm]

(Το 14.2 προκύπτει από τη γεωμετρία του Κνοορ διεισδυτή)

Για κάθε υλικό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των μικροσκληρομετρήσεων σε επόμενο κεφάλαιο.

9 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ

9.1 Κλασσικές μετρήσεις

9.1.1 Τεχνητά υλικά (Τσιμεντόπαστα)

9.1.1.1 Πειραματική διερεύνηση της θλιπτικής αντοχής

Το φορτίο θράυσης υπολογίστηκε από τον μέσο όρο των κυβικών δοκιμών πλευρών $D=150\text{mm}$. Το πρώτο δοκίμιο είχε φορτίο θράυσης 712.8kN και το δεύτερο 784.3kN . Η αντοχή θράυσης της τσιμεντόπαστας σε δοκιμή ανεμπόδιστης θλίψης υπολογίστηκε για το πρώτο δοκίμιο 30.95MPa και για το δεύτερο δοκίμιο 33.55MPa .

	$\sigma_{\theta p}$ [MPa]
Δοκίμιο 1	30.95
Δοκίμιο 2	33.55
Μέση τιμή	32.25

επομένως θεωρήθηκε μία μέση τιμή ως αντοχή:

$$\bar{\sigma}_c = 32.25 \pm 1.3\text{MPa}$$

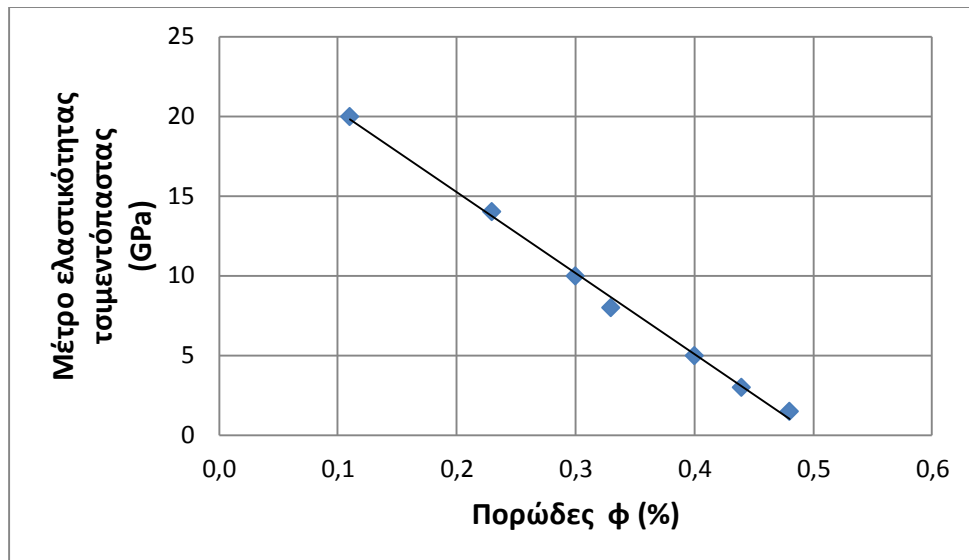
Στη συνέχεια υπολογίστηκε το μέτρο ελαστικότητας από το διάγραμμα τάσεων παραμορφώσεων (Βλέπε Σχήματα 9.2 έως 9.4):

	E [GPa]
Δοκίμιο 1	4.11
Δοκίμιο 2	4.46
Μέση τιμή	4.28

επομένως θεωρήθηκε μία μέση τιμή ως μέτρο ελαστικότητας:

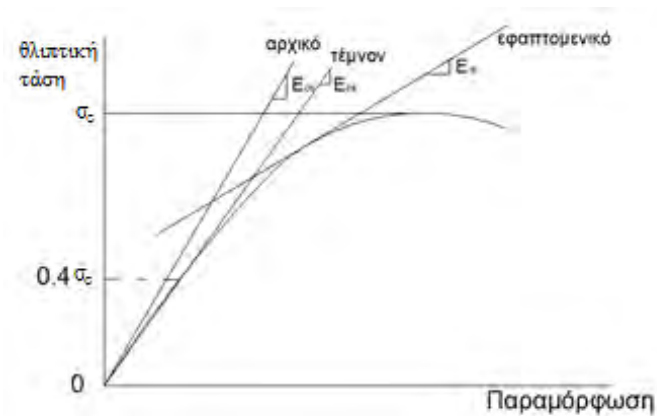
$$\bar{E} = 4.28 \pm 0.18\text{GPa}$$

Στην τυπική καμπύλη του σχήματος 9.1 δίνονται τρεις τρόποι ορισμού του μέτρου ελαστικότητας. Το αρχικό μέτρο ελαστικότητας, E_{c0} , δίνεται από την κλίση της καμπύλης στην αρχή των αξόνων, το εφαπτομενικό μέτρο ελαστικότητας, E_{ct} , δίνεται από την κλίση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο που αναφερόμαστε, και το τέμνον μέτρο ελαστικότητας E_{cs} , δίνεται από την κλίση του ευθύγραμμου τμήματος που ενώνει την αρχή των αξόνων με το σημείο αναφοράς, που για το σκυρόδεμα και τσιμεντοειδή υλικά είναι το σημείο που η τάση είναι ίση με το 40% της μέγιστης. Εκτός από τα προηγούμενα που υπολογίζονται βάσει στατικής φόρτισης δοκιμών, υπάρχει και το δυναμικό μέτρο ελαστικότητας, E_{cd} , που είναι περίπου ίσο με το αρχικό μέτρο ελαστικότητας και μετράται μέσω δοκιμής με υπέρηχους. Στην παρούσα εργασία θεωρήθηκε το στατικό μέτρο ελαστικότητας.

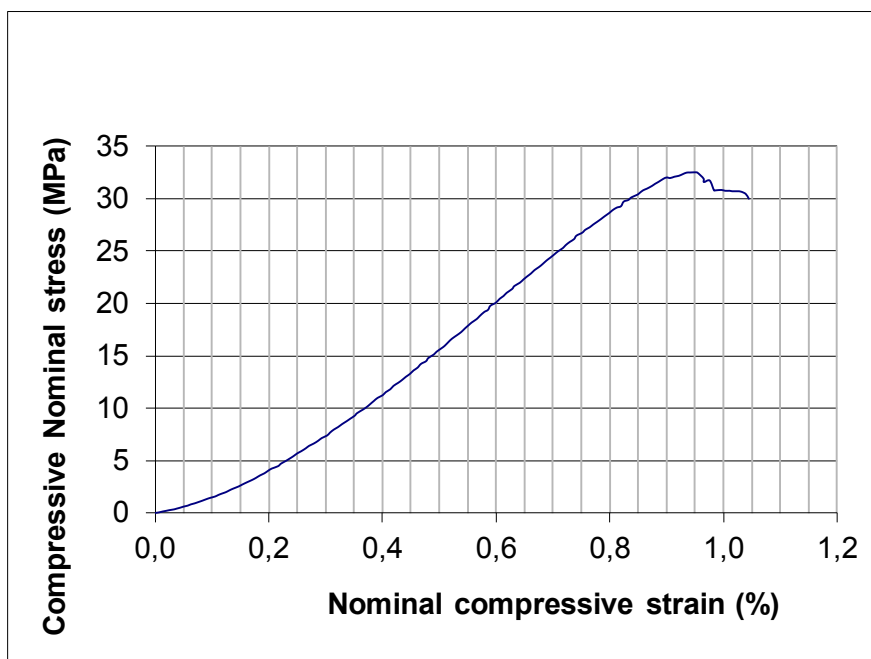


Σχήμα 9.1 Μεταβολή του μέτρου ελαστικότητας τσιμεντόπαστας με την αύξηση του πορώδους ϕ (%) (Haecker et al. 2005)

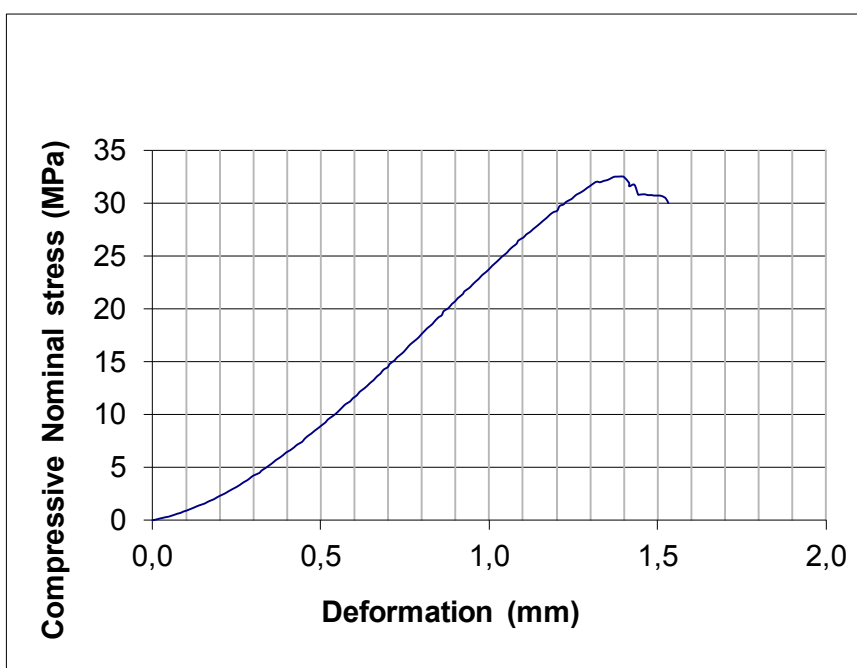
Όπως φαίνεται από το παραπάνω σχήμα 9.1 οι μετρήσεις των πειραμάτων επαληθεύονται αφού για $E=4.28\text{GPa}$ αντιστοιχεί από την βιβλιογραφία πορώδες της τάξεως του $40\div 50\%$.



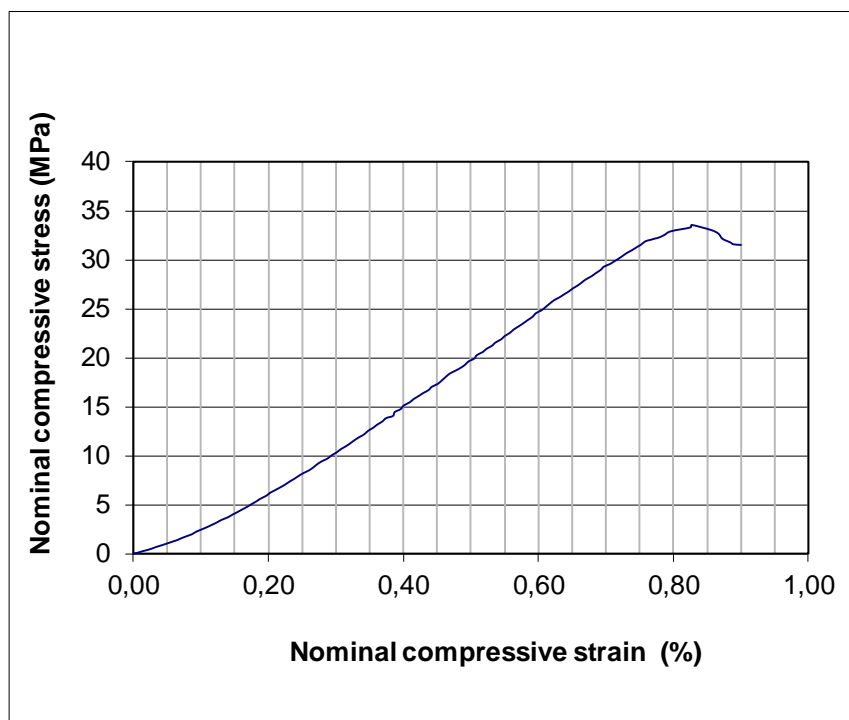
Σχήμα 9.2 Ορισμός μέτρων ελαστικότητας



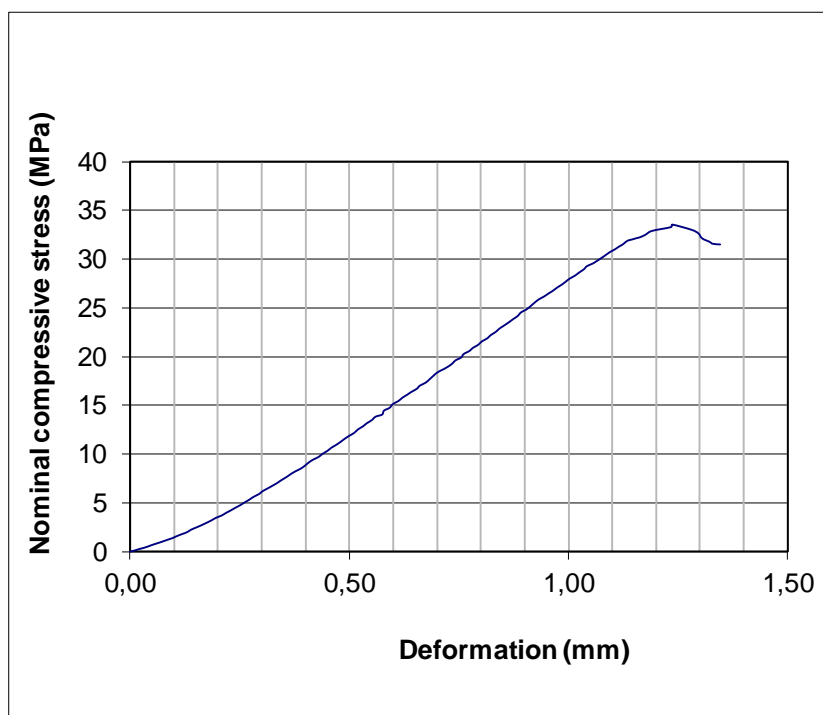
Σχήμα 9.3 Διάγραμμα τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης αντοχής σε θλίψη δοκιμίου 1 τσιμεντόπαστας



Σχήμα 9.4 Διάγραμμα τάσης – μετακίνησης αντοχής σε θλίψη δοκιμίου 1 τσιμεντόπαστας



Σχήμα 9.5 Διάγραμμα τάσης – ανηγμένης παραμόρφωσης αντοχής σε θλίψη δοκιμίου 2 τσιμεντόπαστας



Σχήμα 9.6 Διάγραμμα τάσης – μετακίνησης αντοχής σε θλίψη δοκιμίου 2 τσιμεντόπαστας

9.1.1.2 Πειραματική διερεύνηση της εφελκυστικής αντοχής (Έμμεσος εφελκυσμός σε διάρρηξη)

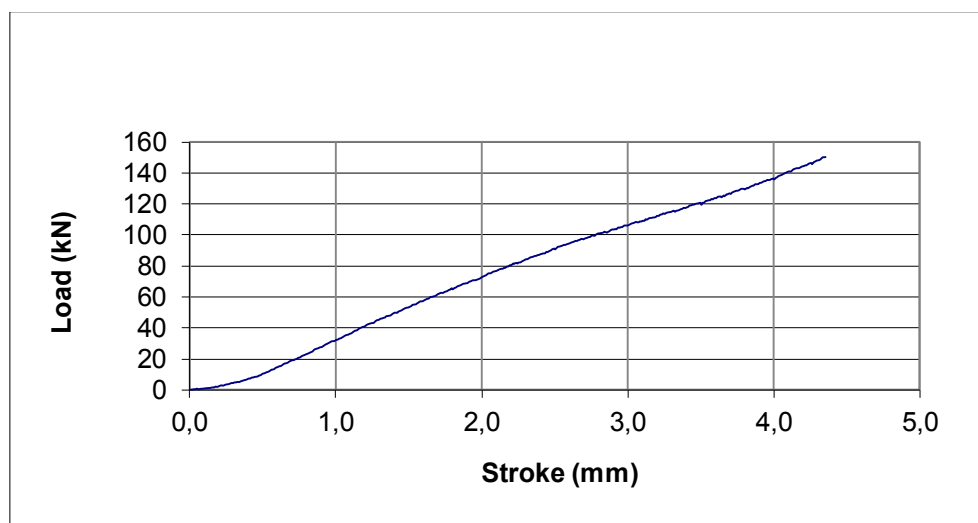
Το φορτίο θραύσης υπολογίστηκε από τον μέσο όρο δύο δοκιμών διαμέτρου $D=150\text{mm}$ και μήκους $L=300\text{mm}$. Το πρώτο δοκίμιο είχε φορτίο θραύσης 150.3kN και το δεύτερο 140.3kN . Έτσι ως μέσο φορτίο εφελκυστικής αντοχής της τσιμεντόπαστας θεωρήθηκε η τιμή 145.3kN . Η μέση αντοχή της τσιμεντόπαστας σε έμμεσο εφελκυσμό από διάρρηξη υπολογίστηκε ως ακολούθως:

$$\sigma_{xx}^1 = \frac{2P^1}{\pi LD} = \frac{2 * 150.3}{\pi * 0.3 * 0.15} = 2.12\text{MPa}$$

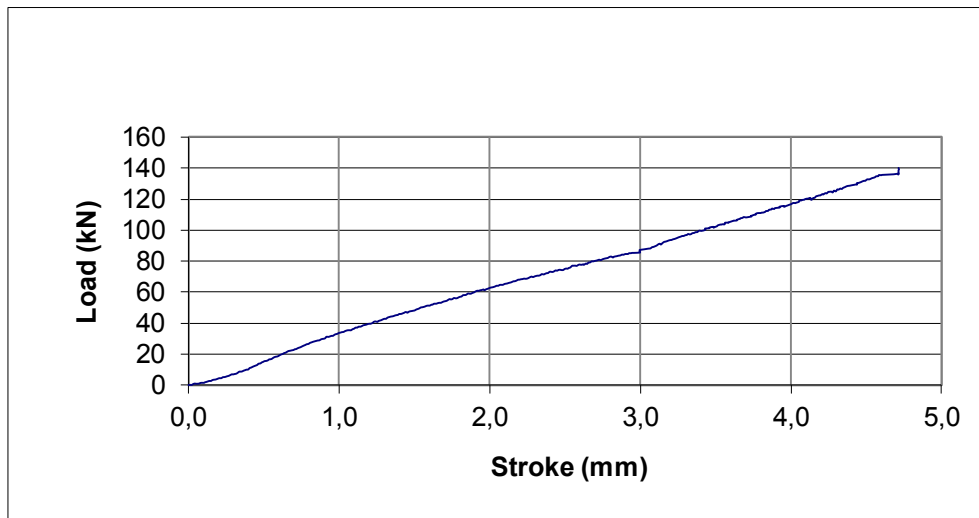
$$\sigma_{xx}^2 = \frac{2P^2}{\pi LD} = \frac{2 * 140.3}{\pi * 0.3 * 0.15} = 1.98\text{MPa}$$

Επομένως θεωρήθηκε μία μέση τιμή ως αντοχή:

$$\bar{\sigma}_{xx} = 2.05 \pm 0.07\text{MPa}$$



Σχήμα 9.7 Δοκιμή έμμεσου εφελκυσμού (Γράφημα Φόρτισης- Μετατόπισης) του πρώτου δοκιμίου τσιμεντόπαστας



Σχήμα 9.8 Δοκιμή έμμεσου εφελκυσμού (Γράφημα Φόρτισης- Μετατόπισης) του δεύτερου δοκιμίου τσιμεντόπαστας

Η αντοχές θραύσης της τσιμεντόπαστας σε έμμεσο εφελκυσμό και θλίψη συμφωνούν με πειραματικές μετρήσεις άλλων ερευνητών (Toumbakari.E. 2002).

9.1.1.3 Υπολογισμός γωνίας διατμητικής αντοχής και συνοχής

Οι θλιπτικές αντοχές των κυβικών δοκιμίων (15*15*15cm) μετατράπηκαν σε αντίστοιχες αντοχές κυλινδρικών δοκιμίων (15*30cm) [Κανονισμός Τεχνολογίας Σκυροδέματος, 1997], χρησιμοποιώντας τη Σχέση 9.1 και τον Πίνακα 9.1. Αυτή η μεθοδολογία ακολουθήθηκε αφενός για να υπάρχει ομοιομορφία στον τύπο του δοκιμίου που εξετάζεται και αφετέρου επειδή οδηγούμαστε σε ελάχιστα μικρότερες τιμές αντοχών. Είναι σημαντικό στο σχεδιασμό των εντατικών καταστάσεων να συγκρίνονται όμοια πράγματα (αντοχές κύβων ή αντοχές κυλίνδρων).

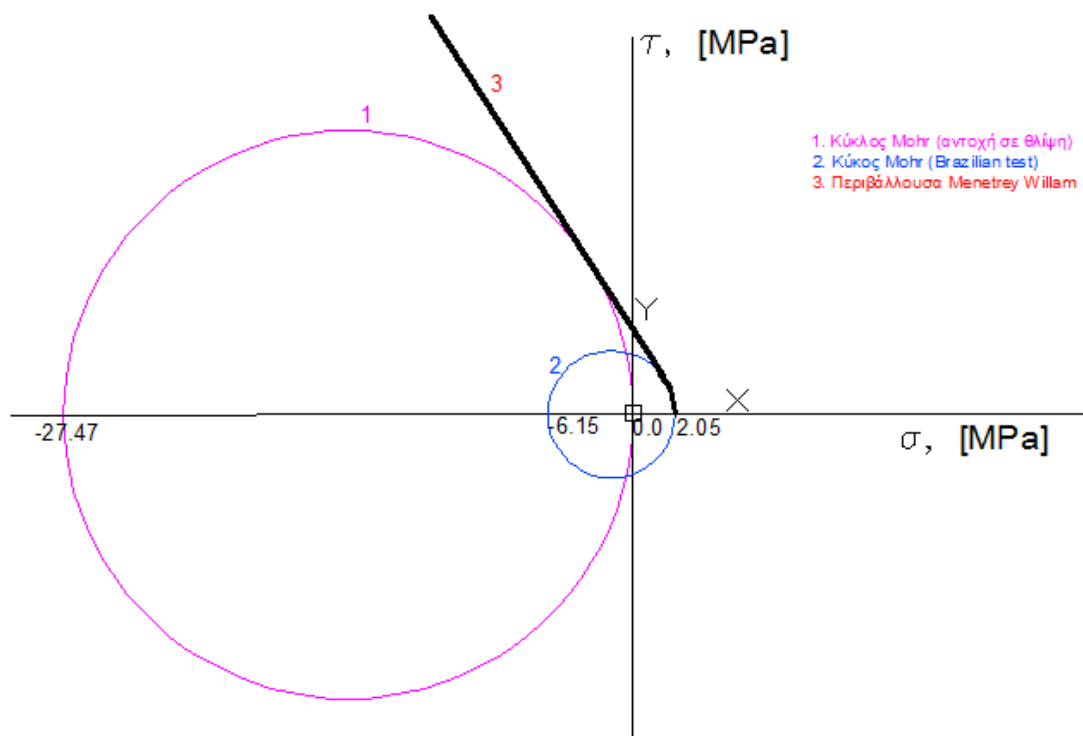
Πίνακας 9.1 Συντελεστής L_3 αναγωγής αντοχής κυλίνδρου 15x30cm σε αντοχή κύβου ακμής 15 cm

Αντοχή κυλίνδρου 15x30cm MPa	L_3	Αντοχή κυλίνδρου 15x30cm MPa	L_3	Αντοχή κυλίνδρου 15x30cm MPa	L_3	Αντοχή κυλίνδρου 15x30cm MPa	L_3
≤9.2	1.300	13.9	1.244	21.2	1.204	29.9	1.168
9.4	1.297	14.2	1.242	21.5	1.202	30.4	1.166
9.6	1.294	14.5	1.241	21.9	1.200	30.9	1.165
9.8	1.292	14.9	1.239	22.3	1.198	31.4	1.163
10.0	1.289	15.3	1.237	22.6	1.196	31.9	1.162
10.2	1.285	15.6	1.235	23.0	1.194	32.4	1.160
10.4	1.283	16.0	1.233	23.3	1.192	32.9	1.159
10.6	1.281	16.3	1.231	23.6	1.190	33.4	1.158
10.8	1.278	16.6	1.229	24.0	1.188	33.9	1.157
11.0	1.275	17.0	1.227	24.3	1.186	34.4	1.155
11.2	1.272	17.4	1.225	24.7	1.184	34.9	1.154
11.4	1.269	17.7	1.223	25.0	1.182	35.4	1.152
11.6	1.266	18.0	1.222	25.4	1.180	35.9	1.151
11.8	1.264	18.4	1.220	26.0	1.178	36.4	1.149
12.0	1.261	18.7	1.218	26.4	1.177	36.9	1.148
12.2	1.258	19.1	1.216	26.9	1.176	37.4	1.146
12.4	1.255	19.5	1.214	27.4	1.174	37.9	1.145
12.6	1.253	19.8	1.212	27.9	1.173	38.4	1.144
12.8	1.250	20.1	1.210	28.4	1.172	38.9	1.143
13.1	1.248	20.5	1.208	28.9	1.171	39.4	1.141
13.5	1.246	20.9	1.206	29.4	1.169	≥39.5	1.140

$$f_{ct,cylinder} = \frac{f_{ct,cube}}{L_3} \quad (9.1)$$

Στην περίπτωση που σχεδιάσουμε τους κύκλους Mohr που παριστάνουν ο καθένας ξεχωριστά, μία διαφορετική κρίσιμη εντατική κατάσταση, δηλαδή μία κατάσταση στην οποία επέρχεται αστοχία, τότε οι κύκλοι Mohr είναι εγγεγραμμένοι σε μία ομαλή καμπύλη (ευθεία στην απλούστερη περίπτωση), την περιβάλλουσα του Mohr. Η ευθεία αυτή αντιπροσωπεύει το υλικό αυτό καθεαυτό. Οι κύκλοι που σχεδιάστηκαν στο επόμενο σχήμα αντιστοιχούν στην κατάσταση θραύσης του υλικού σε απλή θλίψη (Κύκλος 1), και σε έμμεσο εφελκυσμό από διάρρηξη (Κύκλος 2). Σημειώνεται εδώ ότι στην δοκιμή έμμεσου εφελκυσμού από διάρρηξη όταν επέρχεται αστοχία, η θλιπτική τάση είναι τριπλάσια της εφελκυστικής (Hondros G.1959).

Τα εξαγόμενα συμπεράσματα είναι σημαντικά καθώς η γωνία κλίσης της περιβάλλουσας με τον άξονα κύριων τάσεων σ καταδεικνύει τη γωνία διατμητικής αντοχής του υλικού ϕ . Στην συγκεκριμένη περίπτωση της παρούσας εργασίας φαίνεται πως η προκύπτουσα γωνία που βρίσκεται ίση με 57° απέχει πολύ από τη βιβλιογραφία όπου η γωνία διατμητικής αντοχής της τσιμεντόπαστας είναι μεταξύ 20° και 30° . Αυτό συμπαιρένεται από την παρούσα εργασία είναι ότι δεν είναι σωστός ο συνδιασμός ενός πειράματος ανεμπόδιστης θλίψης και ενός πειράματος έμμεσου εφελκυσμού για το σχεδιασμό κρίσιμων εντατικών καταστάσεων. Είναι καθοριστικής σημασίας το πείραμα τριαξονικής συμπίεσης για να προκύψει η περιβάλλουσα με την σωστή γωνία διατμητικής αντοχής και η αναμενόμενη συνοχή. Δεύτερο συμπέρασμα πως είναι πως υπάρχει μία άλλη εφαιπόμενη η οποία όπως φαίνεται στο σχήμα 9.8 κάνει το μοντέλο κλειστό –είναι εμφανής η καμπυλότητα στην περιοχή του εφελκυσμού-. Έτσι, μπορούμε να απαντήσουμε ποιοτικά πως το κριτήριο αστοχίας που ακολουθεί η τσιμεντόπαστα είναι τύπου Menetrey-Willam όπως αυτό περιγράφεται στο δεύτερο κεφάλαιο της εργασίας.



Σχήμα 9.8 Κρίσιμες εντατικές καταστάσεις και περιβάλλουσα αστοχίας

9.1.2 Αναφορά στα λοιπά υλικά

Τα φυσικά υλικά που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία ήταν πλήρως μηχανικά χαρακτηρισμένα με τη βοήθεια των κλασσικών μεθόδων διερεύνησης. Στην παράγραφο 8.1.1 και στον Πίνακα 8.1 παρατέθηκαν οι μηχανικές ιδιότητες των φυσικών υλικών από τις κλασσικές μεθόδους διερεύνησης.

9.2 Μετρήσεις σκληρότητας

9.2.1 Σκληρότητα Tuffeau de Maastricht Chalk

Πίνακας 9.1 Μικρή (a') και μεγάλη διαγώνιος (b') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Tuffeau de Maastricht Chalk.

No. Test	a' (mm)	b' (mm)	Load (Kgf)	HK (GPa)
a1	0.4000	0.0262	0.500	0.4351
a2	0.7888	0.0316	0.500	0.1118
a3	0.8250	0.0381	0.500	0.1023
a4	0.7628	0.0433	0.500	0.1196
a5	0.5262	0.0346	0.500	0.2514

9.2.2 Σκληρότητα Pietra di Lecce

Πίνακας 9.2 Μικρή (a') και μεγάλη διαγώνιος (b') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Pietra di Lecce Limestone.

No. Test	a' (mm)	b' (mm)	Load (Kgf)	HK (GPa)
b1	0.3127	0.0384	0.200	0.2846
b2	0.3353	0.0423	0.200	0.2476
b3	0.3200	0.0279	0.200	0.2719
b4	0.3769	0.0275	0.200	0.1959
b5	0.3953	0.0313	0.200	0.1782
b6	0.3200	0.0257	0.200	0.2719
b7	0.3450	0.0232	0.200	0.2340
b8	0.3063	0.0315	0.200	0.2967

9.2.3 Σκληρότητα Pietra Vicenza Limestone

Πίνακας 9.3 Μικρή (a') και μεγάλη διαγώνιος (b') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Pietra Vicenza Limestone.

No. Test	a' (mm)	b' (mm)	Load (Kgf)	HK (GPa)
c1	0.3238	0.0381	0.500	0.6638
c2	0.3082	0.0410	0.500	0.7330
c3	0.2882	0.0355	0.500	0.8380
c4	0.2502	0.0298	0.500	1.1119
c5	0.2507	0.0310	0.500	1.1074
c6	0.2670	0.0365	0.500	0.9765
c7	0.1858	0.0218	0.200	0.8060
c8	0.1544	0.0175	0.200	1.1681
c9	0.1628	0.0184	0.200	1.0504
c10	0.1555	0.0175	0.200	1.1505
c11	0.1823	0.0208	0.200	0.8380
c12	0.2050	0.0254	0.200	0.6625
c13	0.1527	0.0176	0.200	1.1944
c14	0.2149	0.0215	0.200	0.6030
c15	0.1693	0.0200	0.200	0.9716
c16	0.1902	0.0216	0.200	0.7698
c17	0.2149	0.0240	0.200	0.6025
c18	0.1888	0.0231	0.200	0.7811

9.2.4 Σκληρότητα Sander Sandstone

Πίνακας 9.4 Μικρή (a') και μεγάλη διαγώνιος (b') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Sander Sandstone.

No. Test	a' (mm)	b' (mm)	Load (Kgf)	HK (GPa)
d1	0.0972	0.0087	0.200	2.9467
d2	0.0620	0.0059	0.200	7.2385
d3	0.2720	0.0216	0.200	0.3762
d4	0.0744	0.0043	0.200	5.0316
d5	0.0527	0.0034	0.200	10.0284
d6	0.0674	0.0036	0.200	6.1147
d7	0.2130	0.0199	0.200	0.6134
d8	0.0634	0.0049	0.200	6.9247
d9	0.0659	0.0051	0.200	6.4133
d10	0.0762	0.0036	0.200	4.7879
d11	0.0727	0.0042	0.200	5.2682
d12	0.0689	0.0050	0.200	5.8517
d13	0.0677	0.0038	0.200	6.0607
d14	0.0841	0.0077	0.200	3.9350
d15	0.1606	0.0168	0.200	1.0794

9.2.5 Σκληρότητα Grunnes

Πίνακας 9.5 Μικρή (a') και μεγάλη διαγώνιος (b') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Grunnes.

No. Test	a' (mm)	b' (mm)	Load (Kgf)	HK (GPa)
e1	0.2761	0.0330	0.200	0.3653
e2	0.2149	0.0264	0.200	0.6027
e3	0.2408	0.0301	0.200	0.4801
e4	0.3257	0.0308	0.200	0.2624
e5	0.3224	0.0361	0.200	0.2678
e6	0.2082	0.0271	0.200	0.6425
e7	0.2151	0.0283	0.200	0.6014
e8	0.3936	0.0513	0.200	0.1797
e9	0.3127	0.0423	0.200	0.2846
e10	0.2978	0.0398	0.200	0.3139
e11	0.2135	0.0159	0.200	0.6107
e12	0.4048	0.0555	0.200	0.1699
e13	0.3920	0.0540	0.200	0.1812
e14	0.1643	0.0205	0.200	1.0315
e15	0.3147	0.0428	0.200	0.2812

9.2.6 Σκληρότητα Portland island Limestone

Πίνακας 9.6 Μικρή (a') και μεγάλη διαγώνιος (b') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Portland island Limestone.

No. Test	a' (mm)	b' (mm)	Load (Kgf)	HK (GPa)
f1	0.1661	0.0168	0.200	1.0093
f2	0.1543	0.0198	0.200	1.1684
f3	0.1490	0.0183	0.200	1.2530
f4	0.1286	0.0159	0.200	1.6838
f5	0.1740	0.0229	0.200	0.9199
f6	0.1285	0.0164	0.200	1.6843
f7	0.1319	0.0166	0.200	1.6001

9.2.7 Σκληρότητα του Gioia Marble

Πίνακας 9.7 Μικρή (a') και μεγάλη διαγώνιος (b') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Gioia Marble.

No. Test	a' (mm)	b' (mm)	Load (Kgf)	HK (GPa)
g1	0.1398	0.0174	0.200	1.4242
g2	0.1490	0.0178	0.200	1.2536
g3	0.1493	0.0189	0.200	1.2481
g4	0.1565	0.0207	0.200	1.1368

9.2.8 Σκληρότητα του Lorano Marble

Πίνακας 9.8 Μικρή (a') και μεγάλη διαγώνιος (b') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Κνοορ (HK) του δοκιμίου Lorano Marble.

No. Test	a' (mm)	b' (mm)	Load (Kgf)	HK (GPa)
h1	0.1397	0.0187	0.200	1.4271
h2	0.1495	0.0196	0.200	1.2446
h3	0.1381	0.0185	0.200	1.4586
h4	0.1660	0.0225	0.200	1.0103
h5	0.1873	0.0256	0.200	0.7935
h6	0.1383	0.0175	0.200	1.4557
h7	0.1586	0.0206	0.200	1.1069
h8	0.1616	0.0208	0.200	1.0665
h9	0.1469	0.0190	0.200	1.2903
h10	0.1612	0.0210	0.200	1.0712
h11	0.1370	0.0176	0.200	1.4839
h12	0.1416	0.0180	0.200	1.3886
h13	0.1482	0.0192	0.200	1.2669
h14	0.1596	0.0207	0.200	1.0923
h15	0.1301	0.0164	0.200	1.6439
h16	0.1359	0.0173	0.200	1.5062
h17	0.1661	0.0219	0.200	1.0095

9.2.9 Σκληρότητα του Dionysos Marble

Πίνακας 9.9 Μικρή (a') και μεγάλη διαγώνιος (b') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Dionysos Marble

No. Test	a' (mm)	b' (mm)	Load (Kgf)	HK (GPa)
i1	0.1386	0.0161	0.200	1.4498
i2	0.1405	0.1475	0.200	1.4101
i3	0.1490	0.0183	0.200	1.2535
i4	0.2521	0.0289	0.500	1.0950
i5	0.2791	0.0310	0.500	0.8936
i6	0.2791	0.0365	0.500	0.8936
i7	0.2580	0.0336	0.500	1.0460
i8	0.2348	0.0271	0.500	1.2623
i9	0.1579	0.0211	0.200	1.1159
i10	0.1934	0.0241	0.200	0.7446
i11	0.1456	0.0152	0.200	1.3130
i12	0.1689	0.0230	0.200	0.9760
i13	0.1498	0.0198	0.200	1.2411
i14	0.1701	0.0228	0.200	0.9622
i15	0.1685	0.0226	0.200	0.9805
i16	0.1398	0.0184	0.200	1.4234
i17	0.1749	0.0234	0.200	0.9103
i18	0.1776	0.0212	0.200	0.8824
i19	0.1695	0.0205	0.200	0.9683
i20	0.1823	0.0235	0.200	0.8372
i21	0.1777	0.0238	0.200	0.8820
i22	0.1543	0.0200	0.200	1.1696

9.2.10 Σκληρότητα του Serena

Πίνακας 9.10 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (b') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Serena.

No. Test	a' (mm)	b' (mm)	Load (Kgf)	HK (GPa)
j1	0.1661	0.0168	0.200	1.0093
j2	0.0765	0.0065	0.200	4.7492
j3	0.0956	0.0100	0.200	3.0423
j4	0.0727	0.0071	0.200	5.2667
j5	0.1055	0.0097	0.200	6.2487
j6	0.1234	0.0128	0.200	4.5696
j7	0.1608	0.0195	0.200	1.0759
j8	0.0711	0.0055	0.200	5.5064
j9	0.0680	0.0068	0.200	6.0180
j10	0.1761	0.0217	0.200	0.8980
j11	0.0959	0.0081	0.200	3.0227
j12	0.1991	0.0252	0.200	0.7024
j13	0.0723	0.0065	0.200	5.3252
j14	0.0625	0.0054	0.200	7.1209
j15	0.0868	0.0054	0.200	3.6899
j16	0.1234	0.0116	0.200	1.8281
j17	0.1712	0.0209	0.200	0.9493

9.2.11 Σκληρότητα του Cement paste

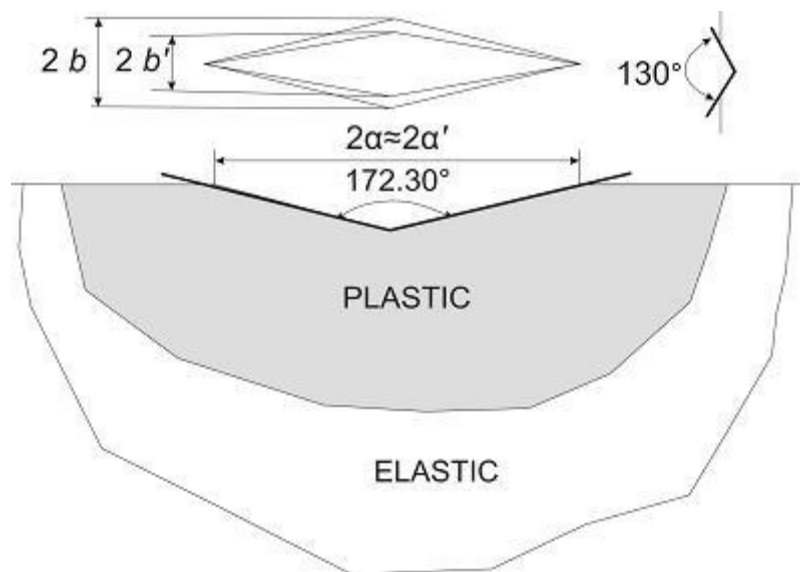
Πίνακας 9.11 Μικρή (α') και μεγάλη διαγώνιος (b') του εντυπώματος, φόρτιση και σκληρότητα Knoop (HK) του δοκιμίου Cement paste.

No. Test	a' (mm)	b' (mm)	Load (Kgf)	HK (GPa)
k1	0.0845	0.0011	0.025	0.4871
k2	0.2214	0.0232	0.100	0.2839
k3	0.2595	0.0279	0.100	0.2067
k4	0.2119	0.0280	0.100	0.3100
k5	0.3600	0.0402	0.200	0.2148
k6	0.3158	0.0312	0.200	0.2791
k7	0.3517	0.0462	0.200	0.2250
k8	0.5596	0.0638	0.500	0.2222
k9	0.6661	0.0764	0.500	0.1569

9.3 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας

Η μέθοδος Κνοορ

Ο τρόπος υπολογισμού του μέτρου ελαστικότητας στηρίζεται στη μέτρηση της ελαστικής επαναφοράς στις διαστάσεις του ίχνους των εντυπωμάτων του διεισδυτή Κνοορ. Σε κατάσταση πλήρους φόρτισης ο λόγος των διαγωνίων a και b στην επιφάνεια επαφής είναι δεδομένος, εξαρτάται από την γεωμετρία του διεισδυτή και στην προκειμένη περίπτωση είναι ίσος με $a/b=7.11$. Η γεωμετρία του διεισδυτή στην κατάσταση πλήρους φόρτισης καθορίζει τον λόγο των a και b στην επιφάνεια επαφής, $a/b=7.11$. Κατά την αποφόρτιση λαμβάνει χώρα ελαστική επαναφορά όπου παρατηρείται μείωση της μικρής διαγωνίου, αλλά και του βάθους του εντυπώματος. Αντίθετα η μεγάλη διαγώνιος δεν μεταβάλλεται. Το ποσοστό της επαναφοράς εξαρτάται σημαντικά από το λόγο σκληρότητας προς μέτρο ελαστικότητας H/E . Δηλαδή υλικά με υψηλό λόγο H/E (πολύ ελαστικά υλικά) δίνουν μεγαλύτερη επαναφορά, ενώ η τελευταία είναι μηδενική σε υλικά με μικρό λόγο H/E (πλαστικά υλικά). Αυτή είναι και η αιτία που το κλάσμα των διαστάσεων b'/a' αποτελεί μέτρηση του λόγου H/E .



Σχήμα 9.10 Η γεωμετρία του πειράματος Κνοορ. Σκιασμένη φαίνεται η ζώνη πλαστικής παραμόρφωσης και έξω από αυτήν η ζώνη ελαστικής παραμόρφωσης. Οι διαστάσεις a , b είναι πριν την ελαστική επαναφορά και οι a' , b' είναι μετά την ελαστική επαναφορά.

Το μέτρο ελαστικότητας υπολογίστηκε με βάση την ακόλουθη σχέση υποθέτοντας ισότροπη ελαστική συμπεριφορά:

$$E_r = a \frac{HK}{\left(\frac{b}{a} - \frac{b'}{a'}\right)} \quad (9.1)$$

Όπου:

HK : η τιμή της σκληρότητας Knoop

a, b : οι τιμές της μικρής και μεγάλης διαγωνίου, με γνωστό λόγο a/b=7.11

a', b' : οι τιμές της μικρής και μεγάλης διαγωνίου μετά την ελαστική επαναφορά

α : μία σταθερά αναλογίας

Για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιήθηκαν τρεις διαφορετικές τιμές

α = 1.5 Θεωρητική τιμή που υπολόγισε ο Marshall

α = 0.45 Πειραματική τιμή που υπολόγισε ο Marshall

α = 0.34 Πειραματική τιμή που υπολόγισε ο Watts

Η σχέση 9.1 υποθέτει ότι a'/b' > 7.11. Επίσης σημειώνεται πως κατά τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας, κάποιες τιμές προέκυψαν αρνητικές. Αυτό συνέβη όπου ο λόγος των διαγωνίων b'/a' είναι μεγαλύτερος από τον λόγο b/a. Καθώς αυτό δεν είναι δυνατό, και επειδή τα αρνητικά αποτελέσματα εντοπίζονται σε εντυπώματα τα οποία έχουν υποστεί επιφανειακές ανωμαλίες, οι τιμές αυτές αποκλείστηκαν.

Το E_r αποτελεί το συνδυασμένο μέτρο ελαστικότητας, που περιλαμβάνει τη δυσκαμψία του διεισδυτή. Εργασίες που έγιναν στο παρελθόν εξάγουν από τη μετρητική διαδικασία απευθείας το μέτρο ελαστικότητας του υλικού του δοκιμίου. Στην παρούσα εργασία το εξαγόμενο μέτρο ελαστικότητας του πειράματος θεωρείται πως είναι το συνδυασμένο μέτρο ελαστικότητας, και στη συνέχεια πρέπει να προσδιορισθεί το πραγματικό μέτρο ελαστικότητας.

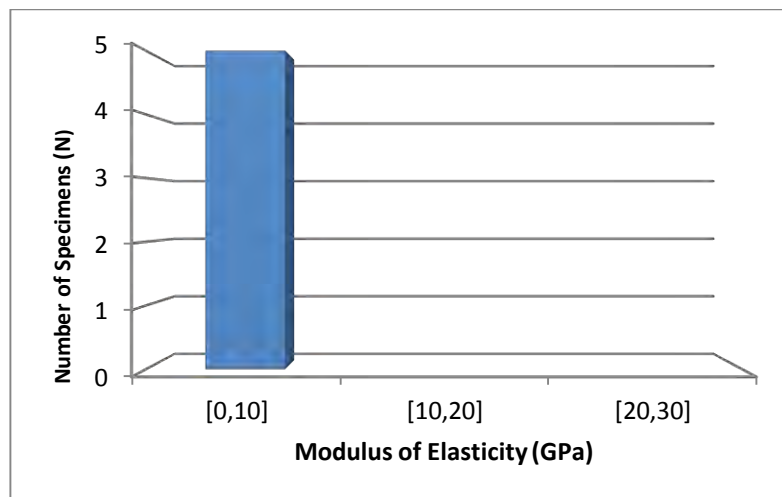
$$E_r = \left(\frac{1-\nu^2}{E} + \frac{1-\nu_i^2}{E_i} \right)^{-1} \quad (9.2)$$

Ο διεισδυτής Knoop αποτελείται από διαμάντι και χαρακτηρίζεται από μέτρο ελαστικότητας E_i=1000 GPa και λόγο Poisson ν_i=0.02.

9.3.1 Μέτρο ελαστικότητας Tuffeau de Maastricht Chalk

Πίνακας 9.12 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Tuffeau de Maastricht Chalk με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall).

No. Test	Modulus of Elasticity (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
a1	1.9703	2.6077	8.6925
a2	0.3786	0.5011	1.6703
a3	0.3686	0.4879	1.6263
a4	0.4852	0.6422	2.1407
a5	1.1435	1.5134	5.0448

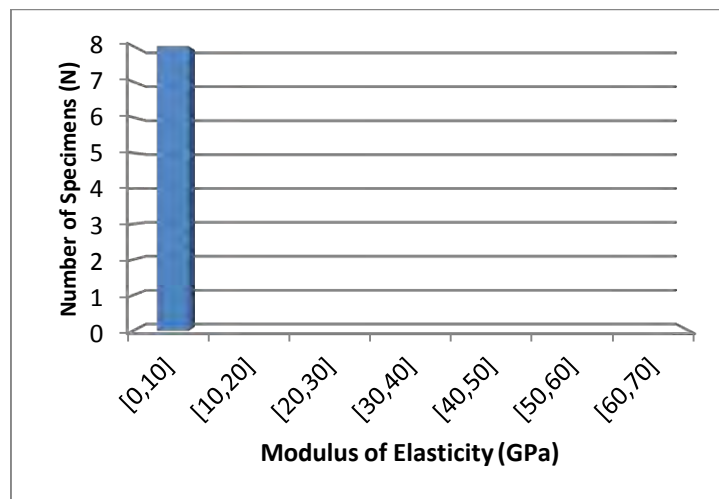


Σχήμα 9.11 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Tuffeau de Maastricht Chalk ($\alpha=0.45$).

9.3.2 Μέτρο ελαστικότητας Pietra di Leece Limestone

Πίνακας 9.13 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Pietra di Leece Limestone με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall).

No. Test	Modulus of Elasticity (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
b1	5.4132	7.1646	23.8821
b2	5.8676	7.7659	25.8865
b3	1.7339	2.2949	7.6497
b4	0.9874	1.3069	4.3564
b5	1.5359	2.0328	6.7762
b6	1.0843	1.4351	4.7839
b7	2.6850	3.5537	11.8458

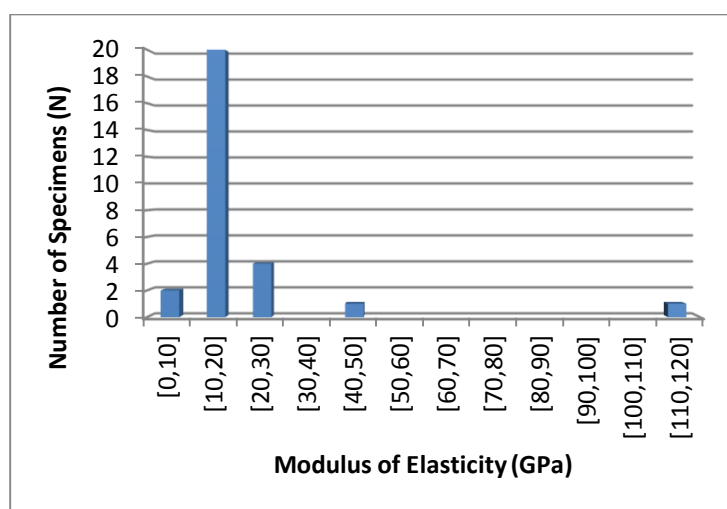


Σχήμα 9.12 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Pietra di Leece Limestone ($\alpha=0.45$).

9.3.3 Μέτρο ελαστικότητας Pietra Vicenza Limestone

Πίνακας 9.14 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Pietra Vicenza Limestone με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall).

No. Test	Modulus of Elasticity (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
c1	9.8788	13.0749	43.5832
c2	32.8673	43.5008	145.0027
c3	16.3241	21.6055	72.0184
c4	17.7654	23.5131	78.3770
c5	22.2831	29.4923	98.3077
c6	87.3247	115.576	385.2563
c7	11.9171	15.7727	52.5757
c8	14.7879	19.5723	65.2410
c9	12.9484	17.1376	57.1255
c10	14.0459	18.5902	61.9675
c11	10.7775	14.2644	47.5481
c12	13.8008	18.2658	60.8860
c13	16.0799	21.2822	70.9409
c14	5.10321	6.75424	22.5141
c15	14.7466	19.5176	65.0588
c16	9.7004	12.8387	42.7959
c17	7.0957	9.3914	31.3048
c18	14.7211	19.4838	64.9462

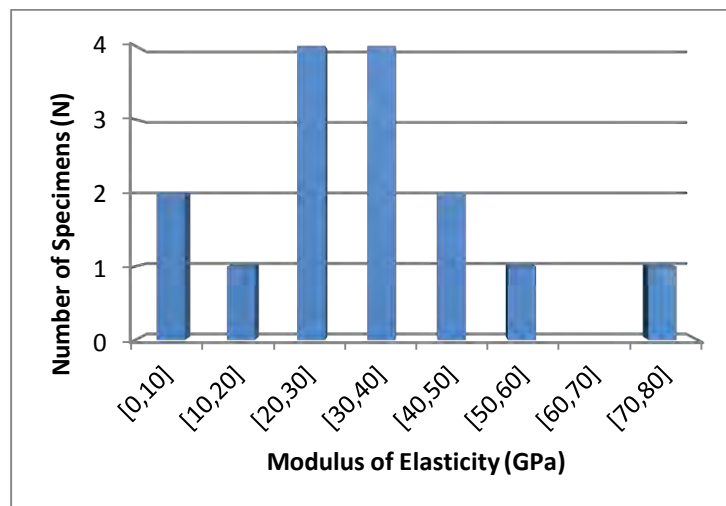


Σχήμα 9.13 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Pietra Vicenza Limestone ($\alpha=0.45$).

9.3.4 Μέτρο ελαστικότητας Sander Sand Stone

Πίνακας 9.15 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Sander Sand Stone με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall).

No. Test	Modulus of Elasticity (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
d1	19.7430	26.1304	87.1015
d2	55.0278	72.8310	242.7700
d3	2.0947	2.77249	9.2416
d4	20.7159	27.4181	91.3939
d5	44.7875	59.2776	197.5920
d6	23.8131	31.5173	105.0579
d7	4.4535	5.8944	19.6481
d8	37.7083	49.9080	166.3602
d9	34.8900	46.1779	153.9266
d10	17.6436	23.3518	77.8395
d11	21.6473	28.6509	95.5030
d12	29.7541	39.3805	131.2684
d13	24.3601	32.2414	107.4713
d14	27.2373	36.0494	120.1647
d15	10.2136	13.5181	45.0604

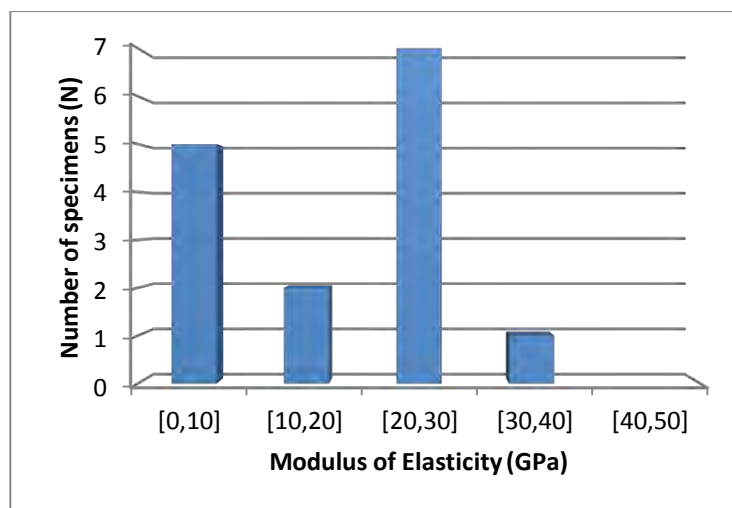


Σχήμα 9.14 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Sander Sand Stone ($\alpha=0.45$).

9.3.5 Μέτρο ελαστικότητας Grunnes

Πίνακας 9.16 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Grunnes με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall).

No. Test	Modulus of Elasticity (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
e1	5.9179	7.8325	26.1084
e2	11.7686	15.5761	51.9203
e3	10.4718	13.8598	46.1994
e4	1.9441	2.57310	8.5770
e5	3.1916	4.2243	14.0810
e6	21.3286	28.2291	94.0971
e7	23.4621	31.0528	103.5095
e8	6.0151	7.9611	26.5372
e9	18.4302	24.3930	81.3101
e10	15.6394	20.6993	68.9977
e11	3.1550	4.1757	13.9192
e12	16.2699	21.5337	71.7792
e13	22.3010	29.5161	98.3871
e14	22.0721	29.2131	97.3770
e15	21.4514	28.3916	94.6388

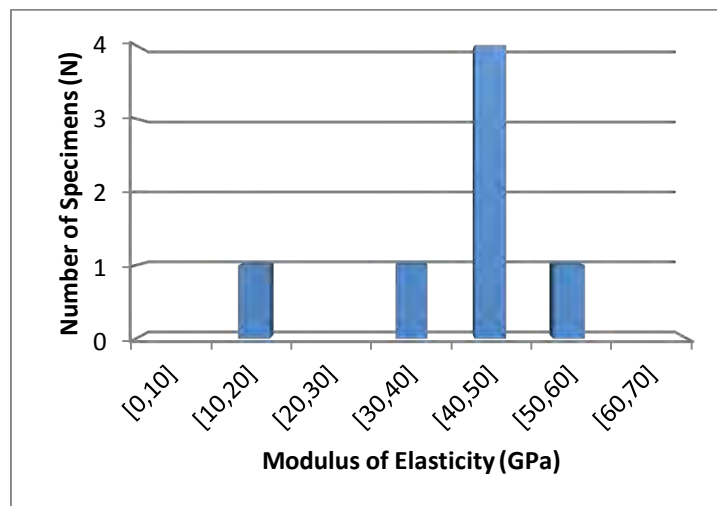


Σχήμα 9.15 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Grunnes ($\alpha=0.45$).

9.3.6 Μέτρο ελαστικότητας Portland island Limestone

Πίνακας 9.17 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Portland island Limestone με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall).

No. Test	Modulus of Elasticity (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
f1	8.6824	11.4971	38.3048
f2	33.6209	44.4982	148.3275
f3	24.6290	32.5973	108.6577
f4	35.0875	46.4394	154.7981
f5	35.2846	46.7003	155.6676
f6	43.6871	57.8212	192.7375
f7	36.8956	48.8324	162.7748

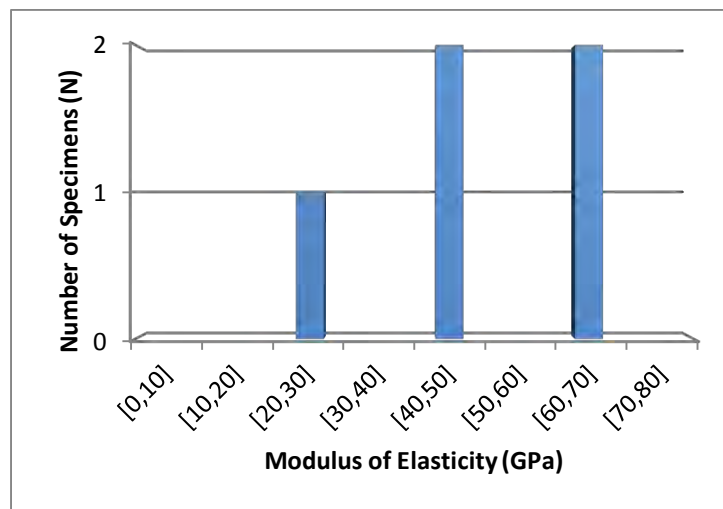


Σχήμα 9.16 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Portland island Limestone ($\alpha=0.45$).

9.3.7 Μέτρο ελαστικότητας Gioia Marble

Πίνακας 9.18 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Gioia Marble με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall).

No. Test	Modulus of Elasticity (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
g1	30.2589	40.0486	133.4954
g2	20.4729	27.0965	90.3216
g3	31.3873	41.5420	138.4734
g4	49.0319	64.8952	216.3175

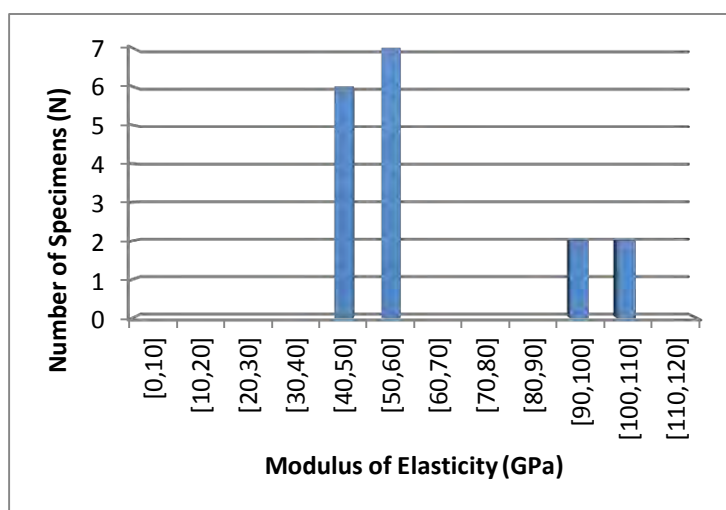


Σχήμα 9.17 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Gioia Marble ($\alpha=0.45$).

9.3.8 Μέτρο ελαστικότητας Lorano Marble

Πίνακας 9.19 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Lorano με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall).

No. Test	Modulus of Elasticity (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
h1	76.3139	101.0037	336.6789
h2	44.2921	58.6220	195.4067
h3	74.1307	98.1141	327.0472
h4	68.5974	90.7907	302.6357
h5	76.5803	101.3563	337.8544
h6	35.0339	46.3685	154.5616
h7	36.4187	48.2013	160.6710
h8	30.7060	40.6403	135.4679
h9	40.4429	53.5274	178.4249
h10	36.7577	48.6499	162.1665
h11	42.4448	56.1769	187.2565
h12	35.5997	47.1173	157.0577
h13	38.8587	51.4306	171.4355
h14	35.3345	46.7663	155.8877
h15	38.3624	50.7738	38.36249
h16	39.2328	51.9257	173.0859
h17	40.3965	53.4660	178.2200

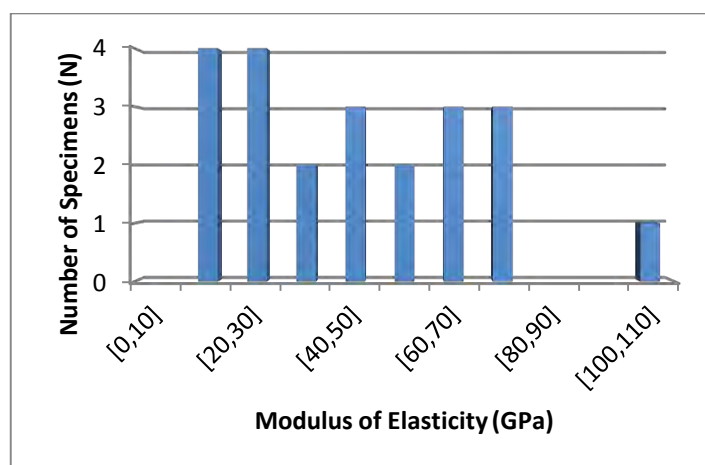


Σχήμα 9.18 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Lorano ($\alpha=0.45$).

9.3.9 Μέτρο ελαστικότητας Dionysos Marble

Πίνακας 9.20 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Dionysos Marble με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall).

No. Test	Modulus of Elasticity (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
i1	20.1929	26.7259	89.0864
i2	30.6778	40.6029	135.3432
i3	24.2969	32.1577	107.1923
i4	14.4099	19.0720	63.5734
i5	10.3681	13.7225	45.7419
i6	30.9537	40.9681	136.5605
i7	34.6700	45.8868	152.9560
i8	17.1368	22.6811	75.6036
i9	55.5401	73.5090	245.0301
i10	16.2620	21.5233	71.7443
i11	12.3527	16.3492	54.4973
i12	80.3239	106.311	354.3705
i13	53.6280	70.9783	23.6594
i14	50.2310	66.4822	221.6074
i15	50.8714	67.3298	224.4327
i16	53.1566	70.3543	234.5146
i17	45.8661	60.7052	202.3508
i18	14.3009	18.9277	63.0924
i19	16.8586	22.3129	74.3763
i20	24.3477	32.2249	107.4165
i21	44.6766	59.1308	197.1028
i22	37.8092	50.0416	166.8056

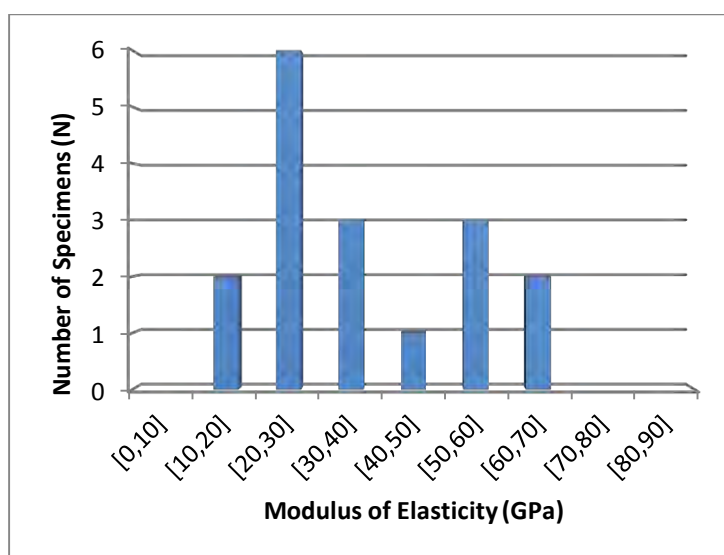


Σχήμα 9.19 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Dionysos Marble ($\alpha=0.45$).

9.3.10 Μέτρο ελαστικότητας Serena

Πίνακας 9.21 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Serena με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall).

No. Test	Modulus of Elasticity (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
j1	8.6866	11.4971	38.3236
j2	29.0228	38.4126	128.0419
j3	29.3946	38.9046	129.6821
j4	42.3099	55.9984	186.6614
j5	43.5767	57.6750	192.2501
j6	42.4179	56.1414	187.1382
j7	18.8735	24.9797	83.2659
j8	30.1057	39.8458	132.8196
j9	50.2856	66.5544	221.8482
j10	17.9886	23.8085	79.3618
j11	18.5764	24.5865	81.9549
j12	17.3223	22.9267	76.4223
j13	35.8592	47.4608	158.2026
j14	45.6626	60.4358	201.4527
j15	16.0778	21.2794	70.9315
j16	13.3661	17.6904	58.9682
j17	17.3323	22.9398	76.4661

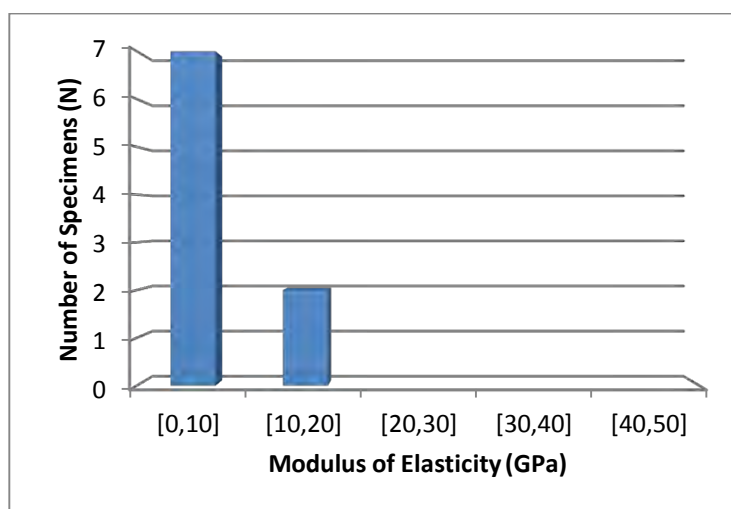


Σχήμα 9.20 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Serena ($\alpha=0.45$).

9.3.11 Μέτρο ελαστικότητας Cement paste.

Πίνακας 9.22 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας του Cement paste με σταθερά αναλογίας $\alpha=0.34$ (Watts), $\alpha=0.45$ (πειραματική Marshall) και $\alpha=1.5$ (Θεωρητική Marshall).

No. Test	Modulus of Elasticity (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
k1	0.9146	1.7211	4.0352
k2	2.6963	3.5687	11.8956
k3	2.1412	2.8340	9.4467
k4	12.6536	16.7474	55.8247
k5	2.5258	3.3429	11.1433
k6	2.2687	3.0027	10.0092
k7	8.3471	11.0477	36.8257
k8	2.8509	3.7733	12.5778
k9	2.0608	2.7275	9.0919



Σχήμα 9.21 Ραβδόγραμμα απολύτων συχνοτήτων του μεγέθους Μέτρου Ελαστικότητας (GPa) για το δοκίμιο Cement paste ($\alpha=0.45$).

9.4 Σχολιασμός και σύγκριση αποτελεσμάτων

9.4.1 Μέτρηση σκληρότητας – σχολιασμός

Πίνακας 9.23 Μέση τιμή σκληρότητας και αριθμός διεισδύσεων

Material	Average HK (MPa)	Indentations N
Tuffeau de Maastricht Chalk	204	5
Pietra di Leece Limestone	247	8
Pietra Vicenza Limestone	878	18
Sander Sand Stone	5085	15
Gruness Soapstone	498	15
Portland island Limestone	1330	7
Gioia Marble	1239	5
Lorano Marble	1253	17
Dionysos Marble	1078	22
Serena Sandstone	3589	17
Cement paste	264	9

Τα φορτία που επιλέχθηκαν για την σκληρομέτρηση ποικίλουν με τιμές των 500gr, 200gr, 100gr και 25gr. Οι τιμές αυτές επιλέχθηκαν ύστερα από αρκετές δοκιμές οι οποίες δεν συμπεριλήφθησαν στην επεξεργασία των δεδομένων. Από την διαδικασία της σκληρομέτρησης γενικά, αποδείχτηκε ότι τα μεγάλα φορτία δημιουργούν έντονα φαινόμενα υποεπιφανειακών θρυμματισμών, ενώ αντίθετα τα πολύ μικρά φορτία δημιουργούν πολύ μικρά μεγέθη εντυπωμάτων, μεγαλώνοντας έτσι την πιθανότητα σφάλματος κατά την μέτρηση του αποτυπώματος.

Οι μέσες τιμές σκληρότητας Knoop που υπολογίστηκαν τόσο για τους τεχνητούς όσο και τους φυσικούς λίθους και σε κάποιες περιπτώσεις συγκρίθηκαν με δεδομένα βιβλιογραφίας. Η μέση τιμή σκληρότητας Knoop για την τσιμεντόπαστα μετρήθηκε 264 MPa, και στην βιβλιογραφία οι τιμές που αναφέρονται σε σκληρότητα είναι από 200 έως 300 MPa.

9.4.2 Υπολογισμός μέτρου ελαστικότητας – σχολιασμός

Δεν αντιμετωπίστηκε δυσκολία κατά τη μέτρηση της μεγάλης διαγωνίου του εντυπώματος. Αξίζει να σημειωθεί πως η μεγάλη διαγώνιος χρειάζεται στον

υπολογισμό της σκληρότητας. Αντίθετα η μέτρηση της μικρής διαγωνίου είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας. Όταν παρουσιάζονται ζημιές που έχουν προκληθεί στην επιφάνεια κοντά στις ακμές της μικρής διαγωνίου καθιστούν την μέτρηση αν όχι αδύνατη, τουλάχιστον επισφαλή. Από το σύνολο των εντυπωμάτων σε ελάχιστα προέκυψε αρνητικό νούμερο για το μέτρο ελαστικότητας. Σχεδόν σε όλα το μέτρο ελαστικότητας προέκυψε θετικό. Το μέτρο ελαστικότητας προκύπτει αρνητικό όπου ο λόγος των διαγωνίων b'/a' ήταν μεγαλύτερος από τον λόγο b/a , δηλαδή το εντύπωμα μετά την ελαστική επαναφορά μετρήθηκε να είναι μεγαλύτερο από ότι πριν. Καθώς αυτό δεν είναι δυνατό, όλες οι αρνητικές τιμές αποκλείστηκαν από οποιαδήποτε ανάλυση.

Η τιμή που προκύπτει για το μέτρο ελαστικότητας εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την τιμή της σταθεράς α που χρησιμοποιούμε. Οι μέσες τιμές που προέκυψαν για τις τρεις διαφορετικές τιμές του α φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Πίνακας 9.24 Μέσος όρος Μέτρου ελαστικότητας για τις διάφορες τιμές του παράγοντα α .

Material	Average Values of E_r (GPa)		
	$\alpha=0.34$	$\alpha=0.45$	$\alpha=1.5$
Tuffeau de Maastricht			
Chalk	0.86926	1.15049	3.834976
Pietra di Leece Limestone	2.75823	3.65059	12.16870
Pietra Vicenza Limestone	18.45382	24.42418	81.41392
Sander Sand Stone	24.93936	33.00799	110.02664
Gruness Soapstone	13.56130	17.94879	59.82931
Portland island Limestone	31.12677	41.19802	137.32403
Gioia Marble	32.78779	43.39561	144.65279
Lorano Marble	46.44139	61.46655	197.18948
Dionysos Marble	33.58781	44.45446	138.50266
Serena Sandstone	28.05055	37.12573	123.75247
Cement paste	4.05104	5.41841	17.87228

Παρατηρήθηκε από τα αποτελέσματα ότι γενικά οι υπολογισμοί του μέτρου ελαστικότητας είναι πιο κοντά στις 'πραγματικές' τιμές του μέτρου ελαστικότητας, χρησιμοποιώντας την τιμή $\alpha=0.45$, δηλαδή την τιμή που πειραματικά υπολόγισε ο

Marshall. Σημειώνεται πως αναφερόμενοι στις πραγματικές τιμές, αναφερόμαστε στις τιμές που αποκτήθηκαν με τις κλασσικές μεθόδους και θεωρούνται στην παρούσα εργασία ως δεδομένες. Η θεωρητική τιμή για το $\alpha=1,5$ δίνει αποτελέσματα πολύ μεγαλύτερα από την βιβλιογραφία και θα πρέπει να αγνοηθεί, ενώ η τιμή $\alpha=0.34$ (Watts) δίνει αποτελέσματα κάτω από τις πραγματικές τιμές, αλλά γενικά ικανοποιητικά.

Πίνακας 9.25 Σύγκριση πειραματικού μέτρου ελαστικότητας ($\alpha=0.45$) με τα δεδομένα.

Material	Average E_r (GPa)	Indentations N	Indentation E (GPa)	Data E_{50} (GPa)
Tuffeau de Maastricht	1.150	5	1.140	0.9
Chalk	3.650	8	3.190	4.8
Pietra di Leece Limestone	24.424	18	22.000	15.8
Pietra Vicenza Limestone	33.007	15	29.700	8.8
Sander Sand Stone	17.948	15	15.400	29.8
Gruness Soapstone	41.198	7	40.490	33.1
Portland island Limestone	43.395	5	41.240	42.1
Gioia Marble	61.466	17	61.274	49.8
Lorano Marble	44.454	22	41.750	45.6
Dionysos Marble	37.125	17	35.008	22.7
Serena Sandstone	5.418	9	5.040	
Cement paste				

Οι μέσες τιμές για το μέτρο ελαστικότητας όλων των υλικών, χρησιμοποιώντας τις τιμές 0.34 και 0.45 για την σταθερά α ήταν σχετικά κοντά στα βιβλιογραφικά δεδομένα. Πιο κοντά αποδείχτηκε, όπως φαίνεται και στο συγκριτικό πίνακα 8.25, η τιμή 0.45. Η θεωρητική τιμή για το $\alpha=1.5$ δίνει αποτελέσματα ακόμη πιο μακριά από την βιβλιογραφία και θα πρέπει να αγνοηθεί.

10 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

10.1 Γενικά

Οι μέσες τιμές σκληρότητας Knoop υπολογίστηκαν τόσο για τους τεχνητούς όσο και τους φυσικούς λίθους. Η μέση τιμή σκληρότητας Knoop για την τσιμεντόπαστα μετρήθηκε $H_k=264$ MPa, ενώ στην βιβλιογραφία οι τιμές που αναφέρονται σε σκληρότητα είναι από 200 έως 300 MPa (Igarashi S. et al, 1996).

Τα φορτία που επιλέχθηκαν για την σκληρομέτρηση ποικίλουν με τιμές των 500gr, 200gr, 100gr και 25gr. Οι τιμές αυτές επιλέχτηκαν ύστερα από αρκετές δοκιμές. Από την διαδικασία της σκληρομέτρησης γενικά, αποδείχτηκε ότι τα μεγάλα φορτία δημιουργούν έντονα φαινόμενα υποεπιφανειακών θρυμματισμών, ενώ αντίθετα τα πολύ μικρά φορτία δημιουργούν πολύ μικρά μεγέθη εντυπωμάτων, μεγαλώνοντας έτσι την πιθανότητα σφάλματος κατά την μέτρηση.

Συγκρίνοντας τις τιμές για το μέτρο ελαστικότητας των υλικών που υπολογίστηκαν, χρησιμοποιώντας τις τιμές 0.34, 0.45 και 1.5 για τη σταθερά α , φαίνεται πως μόνο η τιμή $\alpha=0.45$ κάνει τις μετρήσεις αξιόπιστες και τα αποτελέσματα να συμφωνούν με τη βιβλιογραφία. Αυτό μάλιστα ενισχύεται από την στατιστική απεικόνιση των αποτελεσμάτων του μέτρου ελαστικότητας όπου υπάρχει συγκέντρωση των τιμών γύρω από μία τιμή στα περισσότερα υλικά (μικρή διασπορά τιμών).

Στο 6^ο κεφάλαιο περιγράφηκε η μεθοδολογία εύρεσης της γωνίας διαστολής β (κατά Drucker Prager) για όλα τα εμπλεκόμενα υλικά και συγκρίθηκαν με την πραγματική γωνία β . Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι τα υλικά που συμπεριφέρονται ως υλικά Mohr Coulomb προβλέπεται η γωνία διατμητικής αντοχής ϕ (κατά Mohr-Coulomb) ενώ σε υλικά που συμπεριφέρονται κατά Drucker-Prager δεν προβλέπεται σε όλα η γωνία διαστολής β καθώς επιδρά το φαινόμενο της κράτυνσης. Όταν είναι γνωστός ο παράγων κράτυνσης (Vicenza Limestone) το μοντέλο προβλέπει τη γωνία διαστολής β .

Μέσα από τη διαδικασία της μικροσκληρομέτρησης, παρατηρώντας τις υπό κλίμακα φωτογραφίες από το ηλεκτρονικό μικροσκόπιο, καταγράφηκαν οι διαστάσεις κόκκων σε κάθε ένα υλικό. Στη συνέχεια συγκρίθηκαν τα αποτελέσματα σε σχέση με αυτά που είχαμε ως δεδομένα, και παρουσιάστηκαν στο 8^ο Κεφάλαιο (Πίνακας 8.2). Τα αποτελέσματα φαίνονται να είναι αρκετά καλά, με εξαίρεση το Lorano Marble και την τσιμεντόπαστα για τα οποία δεν είχαμε τιμές σύγκρισης, αλλά και το Grunnes Soapstone που από ότι φαίνεται είναι ένα υλικό με υψηλή ανομοιογένεια όσον αφορά τη δομή του.

- Δεδομένου ότι ένα υλικό υλικό ευαίσθητο στην υδροστατική πίεση μπορεί να κατηγοριοποιηθεί ως Mohr-Coulomb ή Drucker-Prager, τότε το πείραμα Knoop μπορεί να εκτιμήσει είτε την θλιπτική αντοχή είτε την γωνία διατμητικής αντοχής, με τη γνώση της άλλης παραμέτρου (γωνία διατμητικής αντοχής ή θλιπτική αντοχή).
- Εάν και οι δύο παράμετροι (γωνία τριβής και θλιπτική αντοχή) είναι γνωστές, η σκληρότητα Knoop μπορεί να κατηγοριοποιήσει το υλικό ως Mohr-Coulomb, Drucker-Prager, και foam υλικά. Το μοντέλο Mohr-Coulomb προβλέπει τις υψηλότερες τιμές, ενώ το μοντέλο αφρωδών υλικών τις μικρότερες.
- Για υλικά με μεγάλο πορώδες απαιτούν καλύτερη προετοιμασία της επιφάνειας, διαφορετικά η σκληρότητα Knoop μπορεί να προκύψει αδικαιολόγητα υψηλή σε σχέση με την αναμενόμενη από όλα τα διαθέσιμα μοντέλα, που σημαίνει ότι έχει δημιουργηθεί επιφανειακά ένα σκληρό στρώμα. Δεν έχουμε καταλήξει στο ποια θα ήταν η ιδανική προετοιμασία επιφάνειας για υλικά με μεγάλο πορώδες. Πιστεύουμε πως με την κατάλληλη προετοιμασία τα αποτελέσματα Knoop σκληρότητας θα είναι λογικά και θα μπορούν να χρησιμοποιηθούν με ασφάλεια για την εκτίμηση της θλιπτικής αντοχής ως συνάρτηση του πορώδους.
- Η τιμές σκληρότητας Knoop είναι πολύ καλές για υψηλά φορτία δοκιμών (200gr) όπου και αποφεύγονται φαινόμενα κλίμακας. Καλές μέσες τιμές σκληρότητας προκύπτουν από τουλάχιστον 5 διεισδύσεις σε διαφορετικά

σημεία της επιφάνειας του υλικού με σκοπό να μετριάστούν οι επιρροές των των ίδιων των κόκκων (Constantinides and Ulm 2007).

- Φαινόμενα κράτυνσης και χαρακτηριστικά ανισοτροπίας του υλικού δεν έχουν ενσωματωθεί στα μοντέλα και προτείνονται για περαιτέρω έρευνα. Άλλα μοντέλα θα μπορούσαν να ταιριάζουν καλύτερα στα πειραματικά αποτελέσματα με κόστος όμως την πολυπλοκότητα (περισσότεροι παράμετροι = περισσότεροι άγνωστοι)
- Εάν προκύψουν αρνητικές τιμές του μέτρου ελαστικότητας θα πρέπει να απορριφθούν από την περαιτέρω επεξεργασία των δεδομένων για να μην μετατοπίσουν τις μέσες τιμές και διαστρεβλωθεί το αποτέλεσμα.
- Για συμπαγή υλικά με μεγάλο κόκκο (ως προς το $2b'$) η ανάλυση είναι ικανοποιητική.
- Για υλικά με μεγάλο πορώδες και μεγάλο grain size (ως προς το $2b'$) η γωνία τριβής που προκύπτει είναι μικρή και δεν επηρεάζεται από φαινόμενα κλίμακας.
- Για υλικά με μικρά πορώδη οι προβλέψεις του μοντέλου επαληθεύονται.

Παρά τους παραπάνω περιορισμούς, η διείδυση κατά Κνοορ είναι μία πρώτης τάξεως μικρομηχανική πειραματική διάταξη που παρέχει εκτιμήσεις του μέτρου ελαστικότητας E , της γωνίας διαστολής β συνεκτικών υλικών, που είναι διαθέσιμα σε μικρές ποσότητες (μικρά δοκίμια). Επίσης μπορεί να παράσχει εκτιμήσεις ακαμψίας και απομένουσας έντασης σε ψαθυρά υλικά. Επιπλέον η διείδυση κατά Κνοορ μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη νανοδιείδυση, παρέχοντας πλεονεκτήματα σχετικά με τις ρηχές πλαστικές περιοχές και τα ανισότροπα πεδία έντασης που δημιουργούνται. Τα πλεονεκτήματα είναι ιδιαίτερα χρήσιμα για τον προσδιορισμό πολυμερών, κεραμικών υλικών και γεωυλικών.

Φαίνεται λοιπόν πως η χρήση μικροσκληρόμετρου με διεισδυτή τύπου Κνοορ αποτελεί μια απλή, σχετικά εύκολη και αξιόπιστη μέθοδο για τον καθορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων τόσο φυσικών όσο και τεχνητών υλικών. Προκειμένου να

υπάρξουν πιο αξιόπιστα αποτελέσματα ειδικά για τον υπολογισμό του μέτρου ελαστικότητας προτείνεται να χρησιμοποιείται μεγαλύτερος αριθμός δοκιμών κατά τις μικροσκληρομετρήσεις για όσο το δυνατόν καλύτερη προσέγγιση.

Καθώς όλο και περισσότερα σύνθετα υλικά χαρακτηρίζονται από εκπληκτικές μηχανικές ιδιότητες, η αναλυτική διερεύνησή τους και η πλήρης κατανόηση των μηχανικών αρχών σε αυτά μπορούν να παίξουν σημαντικό ρόλο στην επιστήμη των υλικών και την μηχανολογία του 21^{ου} αιώνα. Ίσως η αποκρυπτογράφηση των ιδιοτήτων, των μηχανισμών και των μυστικών που κρύβονται στα σύνθετα υλικά να μπορεί να βοηθήσει στην προσπάθεια ανάπτυξης τέτοιων υλικών.

10.2 Προτάσεις για μελλοντική έρευνα

- Να διερευνηθεί η διαδικασία προετοιμασίας της επιφάνειας σε υλικά με μεγάλο πορώδες καθώς είναι καθοριστικής σημασίας ώστε να έχουμε αξιόπιστες τιμές σκληρότητας.
- Περαιτέρω έρευνα για την επιρροή της κράτυνης
- Θα μπορούσε να διερευνηθεί ο συνδιασμός διαφορετικών τύπων διεισδυτών (ώστε να έχουμε επιβεβαίωση ξεχωριστά της θλιπτικής αντοχής και της γωνίας εσωτερικής τριβής), δηλαδή διαφορετικής γωνίας διείσδυσης (πιο αιχμηρός ο ένας από τους δύο)
- Θα πρέπει να διερευνηθεί η επιρροή της ανισοτροπίας, κυρίως στις ελαστικές ιδιότητες, κάτι που δεν έχει αναλυθεί στην κατά Κnoop σκληρότητα.

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΑΝΑΦΟΡΩΝ-ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- ABAQUS** version 6.2, 2001. User's manual Hibbitt Karlsson and Sorensen Inc Pawtucket RI.
- Adler, T.A.**, 1994. Elastic-plastic indentation of hard, brittle materials with spherical indenters, *J.Am.Ceram.Soc.* 77, 3177-3185.
- Ai, K., Dai, L.H.**, 2007. A new modified expanding cavity model for characterizing the spherical indentation behavior of bulk metallic glass with pile up. *Scripta Mater.* 56, 761-764.
- Anstis, G.R., Chantikul, P. Lawn B.R. and Marshall, D.B.**, 1981. Indentation Techniques for Measuring Toughness of Ceramics, *J.Am.Ceram.Soc.* 64, 533-538.
- Aravas, N.** 1987, On the numerical integration of a class of pressure dependent plasticity models, *Int.J.Numer.Meth.Eng.* 24 (7), 1395-1416.
- Ashby, M. and Jones, D.R.H.**, 2005. *Engineering Materials I: An introduction to Properties, Applications and Design*, Third Edition, Elsevier.
- ASTM E384-11e1** Standard Test Method for Knoop and Vickers Hardness of Materials.
- Baxevas, E.A., Giannakopoulos, A.E.**, 2009. The modified Rockwell test: A new probe for mechanical properties of metals. *Exp.Mech.* 49, 371-382.
- Berkovich, E.S.**, 1951. Three faced diamond pyramid for microhardness testing. *Int.Diam. Rev.* 11, 29-132.
- Blau, P.J.**, 2000, *The Lab Handbook of microindentation Hardness Testing*, 2000. Section 4.2, Blue Rock Technical Publications, Oak Ridge, TN.
- Bower, A.F., Fleck, N.A., Needleman, A. and Ogbonna, N.**, 1993. Indentation of a power law creeping solid. *Proc. Roy. Soc.* 441, 97-124.
- Bowden, P.B, Jukes, J.A.**, 1972. The plastic flow of polymers. *J.Mater.Sci.*, 7, 52-63.
- Breval, E. and MacMillan, N.H.**, 1985. Elastic recovery at Vickers hardness impressions. *J. Mater.Sci.Lett.* 4, 741-742.
- Briscoe B.J., Sebastian K.S.**, 1996. The elastoplastic response of poly(methyl methacrylate) to indentation. *Proc.R.Soc.Lond.A.* 452, 439-457.
- Chawla, K.K.** 1993. *Ceramic Matrix Composites*, Chapman and Hall, UK.
- Cheatham J.B. et al.** 1968. Analysis of the Plastic Flow of Rock Under a Lubricated Punch, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 90, pp.87-94.
- Chen I. & Morel R.** 1986. Implications of Transformation Plasticity in ZrO₂-Containing Ceramics: I, Shear and Dilatation Effects, *Journal of American Ceramic Society*, Vol. 69, Issue 3, pp.181-189.
- Constantinides G. et al.** 2003. On the use of nanoindentation for cementitious materials, *Materials and Structures* 36, pp.191-196.
- Cook, R.E. and Pharr G.M.** 1990, Direct observation and analysis of indentation cracking in glasses and ceramics, *J.Am.Cer.Soc.* 73, 787-817.
- Davidge, R.W.** 1979, *Mechanical Behavior of ceramics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Donovan, P.E.** 1989. A yield criterion for Pd₄₀Ni₄₀P₂₀ metallic glass. *Acta Metall.* 37, 445.
- Drucker D.R. & Prager W.** 1952. Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design, *Quarterly of Applied Mathematics* Vol. 10, pp.157-165.

- Durban D. and Papanastasiou P.** 1997, Cylindrical cavity expansion and construction in pressure sensitive geomaterials, *Acta Mechanica* 122,99-122.
- Evans, A.G., Lu, M.C., Schmauder, S. and Ruhle, M.,** 1986. Some aspects of the mechanical strength of ceramic/metal bonded systems. *Acta Metall.*34, 1643-1655.
- Fischer-Cripps, A.C.,**2002. Nanoindentation. Springer, New York.
- Fleck N.A. et al.** 1992. Indentation of porous solids, *International Journal of Solids and Structures* 29, No 13 pp.1613-1636.
- Fornell J., Concustell A., Surinach S., Li W.H., Cuadrado N., Gebert A., Baro M.D., Sort J.,** 2009. Yielding and intrinsic plasticity of TiZrNiCuBe bulk metallic glass. *Int. J. Plast.* 25, 1540-59.
- Ganneau F.P. et al.** 2006. Dual-indentation technique for the assessment of strength properties of cohesive-frictional materials, *International Journal of Solids and Structures* Vol. 43, pp.1727-1745.
- Geetha, D. Arivuoli, D., Mangamma, G.** 2009. AFM Studies of microindented GaN and InGaN, *Mat. Lett.*63 (5), 515-518.
- Georgiades, H.G.,** 1998. Tangential displacement effects in the wedge indentation of an elastic half space an integral equation approach. *Comp.Mecah.*21, 347-352.
- Giannakopoulos A.E.** 2006. Elastic and viscoelastic indentation of flat surfaces by pyramid indentors, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 54, pp.1305-1332.
- Giannakopoulos A.E. et al.** 1994. Analysis of Vickers indentation, *International Journal of Solids and Structures* Vol. 31 No 19, pp. 2679-2708.
- Giannakopoulos A.E. and Suresh, S.** 1999. Determination of elastoplastic properties by instrumented sharp indentation. *Scripta Mater.* 40, 1191.
- Giannakopoulos A.E., Larsson, P.L.** 1997. Analysis of pyramid indentation of pressure sensitive hard metals and ceramics. *Mech. Mater.*25, 1-35.
- Giannakopoulos A.E., Zisis Th.** 2011. Analysis of Knoop indentation, *International Journal of Solids and Structures* Vol. 48, pp. 175-190.
- Gong, J., Wang, J., Guan, Z.** 2002. A comparison between Knoop and Vickers hardness of silicon nitride ceramics, *Mater.Lett.* 56, 941-944.
- Gouldstone, A., Koh, H.J., Zeng, K.Y., Giannakopoulos, A.E. and Suresh, S.** 2000. Discrete and continuous deformation during nanoindentation of thin films. *Acta.Mater.*48, 2277.
- Govindarajan, R.M., Aravas, N.** 1995, Pressure dependent plasticity: Loading-unloading criteria and the consistent linearization of an integration algorithm.*Commun.Numer.Meth.En.*11, 339-345.
- Grady, D.E.** 1983, Impact strength and indentation hardness of high-strength ceramics, *Proc.of the Topical Conf. on Shock Waves in Condensed Matter*, Colorado Springs,CO.
- Gruninger, M.F., Lawn, B.R., Farabaugh, E.N. and Wachtman, J.B.,** 1987. Measurement of residual stresses in coatings on brittle substrates by indentation fracture. *J.Am.Ceram.Soc.*70,344.
- Gurson A.L.** 1977. Continuum Theory of Ductile Rapture by Void Nucleation and Growth: Part I – Yield Criteria and Flow Rules for Porous Ductile Media, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 99, Issue 1, pp. 2-15.
- Hays,C., Kendall, E.G.,** 1973. An analysis of knop microhardness, *Metallography* 6 (4), 275-282.

- Heard, H.C. and Cline, C.F.** 1980. Mechanical behavior of polycrystalline BeO, Al₂O₃ and AlN at high pressure, *J. Mater. Sci.* 15, 1889-1897.
- Hill, R.,** Mathematical Theory of Plasticity, 1998. Oxford University Press, Oxford.
- Hills, D.A., Nowell, D., Sackfield, A.,** 1993. Mechanics of Elastic Contacts. Butterworth-Heinemann, Stoneham, MA.
- Hondros G.** 1959, The evaluation of Poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by the Brazilian (Indirect tensile) Test with particular reference to concrete, *Australian Journal of Applied Science*, Vol.10, p.243-264.
- Hsueh, C.H. and Evans, A.G.,** 1985. Residual stresses and cracking in metal/ceramic systems for microelectronic packaging. *J. Am. Ceram. Soc.* 68, 120-127.
- Huang H. & Detournay E.** 2012. Discrete element modeling of tool-rock interaction II: rock indentation, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* DOI:10.1002/nag.2114.
- Hughes, T.J.R., Winget, J.,** 1980. Finite rotation effects in numerical integration of rate constitutive equations arising in large deformation analysis, *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 15 (12), 1862-1867.
- Igarashi S. et al.** 1996. Microhardness testing of Cementitious Materials. *Advn. Cem. Bas. Mat.* Vol. 4, pp. 48-57.
- Jeong H-Y, Li X-W, Yee A.F., Pan J,** 1994. Slip lines in front of a round notch tip in a pressure sensitive material. *Mech. Mater.* 19, 29-38.
- Johnson, K.L.** Contact Mechanics, Cambridge University Press, 1985.
- Κανονισμός Τεχνολογίας Σκυροδέματος-97,** ΦΕΚ 315/Β/17.4.97, ΦΕΚ 479/Β/11.6.97, Εγκύκλιος Ε7.
- Keer L.M. et al.** 1986. Knoop and Vickers Indentation in Ceramics Analyzed as a Three-Dimensional Fracture, *J. Am. Ceram. Soc.* Vol. 69, 5, pp. 392-396.
- Kick, F.,** 1885. Das gasetz der proportionalen Widerstande and Seine Anwendung, Leipzig Felix Edition.
- Knoop, F., Peters, C.G., Emerson, W.B.,** 1939. A sensitive pyramidal-diamond tool for indentation measurements. *J. Res. Nat. Bur. Stand.* 23, 39-61.
- Kondo, Y., Tsukuda, A., Takada, A. and Okada S.,** 1994. Grinding forces and elastic recovery in ceramic materials, *J. Am. Ceram. Soc.* 77, 1653-1654.
- Lankford, J.,** 1991. The compressive strength of strong ceramics: Microplasticity versus microfracture, *J. Hard. Mater.* 2, 55-77.
- Larsson P.L.,** 2001. Investigation of sharp contact at rigid-plastic conditions, *Int. J. of Mech. Sci.* 43 (4), 895-920.
- Larsson P.L., Giannakopoulos A.E.** 1997. Tensile stresses and their implication to cracking at pyramid indentation of pressure-sensitive hard metals and ceramics, *Materials Science & Engineering*, A254, pp. 268-281.
- Lawn B.R. and Fuller, E.R.** 1984. Measurement of thin layer surface stresses by indentation fracture. *J. Mater. Sci.* 19, 4061.
- Lawn B.R., Howes V.R.** 1968, Elastic recovery at hardness indentations, *Journal of Material Science*, Vol.13.
- Li, A. Ghosh, Y Han, H., and Bradt R.C.,** 1993. The frictional component of the indentation size effect in microhardness testing, *J. Mat. Res.* 8, 1028-32.
- Li, H., Bradt, R.C.** 1993. The microhardness indentation load/size effect in rutile and cassiterite single crystals, *J. of Mater. Sci.* 28 (4), 917-926.

- Lowhaphandu, P., Montgomery, S.L. and Lewandowski, J.J.**, 1999. Effects of superimposed hydrostatic pressure on flow and fracture of a Zr-Ti-Ni-Cu-Be bulk amorphous alloy. *Scripta Mater.* 41, 19-24.
- Lube, T.**, Indentation crack profiles in silicon nitride, 2001. *Journal of the European Ceramic Society* 21 (2), 211-218.
- Lund, A.C., Schuh, C.A.**, 2004. The Mohr-Coulomb criterion from unit shear processes in metallic glass. *Intermetallics*. 12, 1159-1165.
- Lu, J. and Ravichandran, G.**, 2003. Pressure dependent flow behavior of Zr 41.2 Ti 13.75 Cu 13.75 Ni 10 Be 22.5 bulk metallic glass, *J.Mater.Res.*, 18, 2039-2049.
- Marshall D.B. & Lawn B.R.** 1978, Measurement of nonuniform distribution of residual stresses in tempered glass discs, *Glass Technology*, Vol. 19, pp. 57-58.
- Marshall D.B. et al.** 1982. A simple method for Determining Elastic-Modulus-to-Hardness Ratios using Knoop Indentation Measurements, *Communications of the American Ceramic Society*, pp. C175-C176.
- Marshall D.B.** 1983. Controlled Flaws in Ceramics: A Comparison of Knoop and Vickers Indentation, *Journal of the American Ceramic Society*, Vol.66, No 2, pp. 127-131.
- Mott, B.W.**, 1956. Micro-indentation Hardness Testing. Butterworths, London.
- Mukhopadhyay, A.K., Datta, S.K., Chakraborty, D.**, 1990. On the microhardness of silicon nitride and sialon ceramics, *J.Eur. Ceram. Soc.* 6 (5), 303-311.
- Murakami, Y., Tanaka, k., Itokazu, M., Shimamoto, A.**, 1994. Elastic analysis of triangular pyramid indentation by the finite element method and its applications to nano-indentation measurements of glasses. *Philos.Mag.A* 69, 1131-1153.
- Narasimhan R.** 2004. Analysis of indentation of pressure sensitive plastic solids using the expanding cavity model, *Mechanics of Materials* 36, pp. 633-645.
- Needleman, A.**, 1972. A numerical study of necking in circular cylindrical bars. *J.Mech. Phys.Solids* 20, 111-127.
- Ogata, S., Shimizu, F., Li, J., Wakeda, M., Shibutani, Y.**, 2006. Atomistic simulation of shear localization in Cu-Zr bulk metallic glass. *Intermetallic* 14, 1033-1037.
- Olaf, J.M.**, 1993. Finite element analysis of indentation experiments. *Proc. 1st Int.Conf. Contact Mech.*, 69-76.
- Oliver, W.C., Pharr, G.M.**, 1992. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments. *J.Mater.Res.* 7; 1564-1583.
- Papamichos E., Papanicolopoulos S.A., Larson I., Alnaes L. and Pescic S.** (2004) Method for in situ, quasi non-destructive diagnosis of mechanical properties and damage of natural building stones, *Proc. of Gulf Rocks 2004*, 6th North American Rock Mechanics Symposium, Huston, USA, ARMA/NARMS 04-583.
- Papanastasiou P. et al.** 2003. Singular plastic fields in wedge indentation of pressure sensitive solids, *International Journal of Solids and Structures* 40, pp. 2521-2534.
- Pask, J.A.**, 1961. Mechanical properties of ceramic materials, in: *Mechanical Behavior of Materials at Elevated Temperatures*, ed. J.E. Dorn, McGraw-Hill, New York, 288-318.
- Paslay P.R. et al.** 1968. Plastic Flow of Rock Under a Pointed Punch in Plane Strain, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, Issue 1, pp. 95-101.
- Patnaik, M.N.M., Narashimhan, R., Ramamurty, U.**, 2004. Spherical indentation response of metallic glasses. *Acta Mater.* 52, 3335-3345.

- Petrovic, J.J.**, 1983, Controlled surface flaw fracture in tension and torsion. *Fract. Mech.* 6, 63-75.
- Ponton, C.B. and Rawlings, R.D.**, 1989. Vickers indentation fracture toughness test. Part I. Review of literature and formulation of standardised indentation toughness equations. *Mater. Sci. Technol.* 5, 865.
- Quinson, R., Perez, J., Rink, M., Pavan, A.**, 1997. Yield criteria for amorphous glassy polymers. *J. Mater. Sci.* 32, 1371-1379.
- Rabinovich, V.L., Savin, V.K., 1996. Three dimensional modelling of indentation fracture in brittle materials. *Mat.Sci.Eng.A* 206, 208-214.
- Ricote J. et al.** 1994. Mechanical characterization of calcium-modified lead titanate ceramics by indentation methods, *Journal of Materials Science* 29, pp. 3248-3254.
- Riester, L., Blau P.J., Lara-Curzio, E., Breder, K.**, 2000. Nanoindentation with a Knoop indenter, *Thin Solid Films*, 377-378, pp. 635-639.
- Saachi, G. and Sare, M.**, 1963. A note on the limit loads on non-standard materials, *Mech.* 3, 43-45.
- Sakai, M.** 1993. Energy principle of the indentation induced inelastic surface deformation and hardness of brittle materials, *Acta Metall. Mater.* 41, 1751-1758.
- Schuh, C.A., Nieh, T.G.**, 2004. A survey of instrumented indentation studies on metallic glasses. *J. Mater. Res.* 19, 46-57.
- Schuh, C.A., Lund, A.C.**, 2003. Atomistic basis for the plastic yield criterion of metallic glass. *Nat. Mater.* 2, 449-452.
- Seltzer R. et al.** 2011. Determination of the Drucker-Prager parameters of polymers exhibiting pressure-sensitive plastic behavior by depth sensing indentation, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 53, Issue 6, pp. 471-478.
- Shaw, C., Li, Y., Jones, H.**, 1996. Effect of load and lubrication on low load hardness of a rapidly solidified light alloy. *Mater. Lett.* 28 (1-3), 33-36.
- Shield R.T.** 1953, Mixed boundary value problems in soil mechanics, *Quarterly of Applied Mathematics* Vol. 11, p. 61-75.
- Shoemaker, E.M.**, 1975. Limit analysis with multiple load parameters for non-standard materials, *ZAMP*. 26, 99-104.
- Smith, R.L., Sutherland, G.E.**, 1925. Some notes on the use of a diamond pyramid for hardness testing. *Iron Steel Inst.* 1, 285-304.
- Sneddon, I.N.**, 1945. Boussinesq's problem for a flat ended cylinder. *Proc. Cambridge Philosophical Soc.* 42, 29-39.
- Storakers, B. and Larsson P.L.M.** 1993. On Brinell and Boussinesq indentation of creeping solids. *J. Mech. Phys. Solids.* 42, 307-332.
- Subash, G. and Nemat-Nasser, S.**, 1993. Dynamic stress induced transformation and texture formation in uniaxial compression of zirconia ceramics. *J. Am. Ceram. Soc.* 76, 153-165.
- Suresh S. and Giannakopoulos, A.E.**, A new method for estimating residual stresses by instrumented sharp indentation. *Acta Mater.* 1998. 46, 5755.
- Swain, M.V.**, 1976. A note on the residual stress about a pointed indentation impression in a brittle solid. *J. Mater. Sci. Lett.* 11, 2345.
- Tabor, D.** 1951. *Hardness of Metals*. Clarendon Press, Oxford.
- Toumbakari Eleni-Eva** 2002, Lime-pozzolan-cement grouts and their structural effects on composite masonry walls, PhD Thesis.

- Ullner, C., Beckmann, J., Morrell, R., 2002.** Instrumented indentation test for advanced technical ceramics. *J.Eur.Cer.Soc.*22 (8), 1183-1189.
- Vaidyanathan R. et al. 2001.** Study of mechanical deformation in bulk metallic glass through instrumented indentaion, *Acta mater.* Vol. 49, pp. 3781-3789.
- Vena P., Gastaldi D., Contro R., 2008.** Determination of the effective elastic plastic response of metal ceramic composites. *Int.J.Plast.* 24: 483-508.
- Venkatesh, T.A., Van Vliet, K.J., Giannakopoulos, A.E. and Suresh S., 2000.** Determination of elastoplastic properties by instrumented sharp indentation: Guidelines for property extraction. *Scripta Mater.* 42, 833-839.
- Wang, H. and Bangert, H., 1993.** Three dimensional finite element simulation of Vickers indentation on coated systems. *Mater.Sci. Eng. A.* 163, 43-50.
- Weber, W.J., Matzke, H., Roubort, J.L., 1984.** Indentation testing of nuclear-waste glasses, *J.Mater.Sci.* 19 (8), 2533-2545.
- Wood D.M. 1984.** Some fall-cone tests, *Geotechnique*, Vol.35, Issue 1, pp. 64-68.
- Zeng, K. and Rowcliffe, D.J.,1994.** Identification of fracture sequences during sharp indentation of polycrystalline alumina. *J.Mater.Res.*9, 1693-1700.
- Zeng, K., Breder, K., Rowcliffe, D.J., 1992.** The Hertzian stress field and formation of cone cracks- I. Theoretical approach. *Acta.Metall.Mater.*, 40, 2595-2600.
- Zeng, K., Breder, K., Rowcliffe, D.J. and Herrstrom, C., 1992.** Elastic modulus determined by Hetzian indentation. *J.Mater.Sci.*27, 3789-3792.
- Zeng, K., Soderlund E., Giannakopoulos A.E., Rowcliffe D.J., 1996.** Controlled indentation: a general approach to determine mechanical properties of brittle materials. *Acta Mater.*44, 1127-41.
- Zhang, J., Sakai, M., 2004.** Geometrical effect of pyramidal indenters on the elastoplastic contact behaviors of ceramics and metals. *Mater. Sci. Eng. A.*381 (1-2), 62-70.
- Zhang, H.W., Subhash, G., Jing, X.N., Kecskes, L.M., Dowding, R.J., 2006.** Evaluation of hardness yields strength relationships for bulk metallic glasses. *Phil. Mag. Lett.* 86, 333-345.
- Zisis,Th. And Giannakopoulos A.E., 2011.** Analysis of Knoop Indentation-Strain Hardening Effects, *Int.J.Solids Strut.*48, 22-23, 3217-3231.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Παρουσίαση της γραμμικής ελαστικής επίλυσης για μία συγκεντρωμένη κάθετη σημειακή δύναμη

Τα συστατικά μέρη των τάσεων που προκαλούνται από μία συγκεντρωμένη σημειακή κάθετη δύναμη P σε ένα ημι-άπειρο ελαστικό σώμα είναι (Johnson 1985) - Σχήμα A1:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{P}{2\pi} \left[\frac{(1-2\nu)}{r^2} \left\{ \left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{x^2 - y^2}{r^2} + \frac{zy^2}{\rho^3} \right\} - \frac{3zx^2}{\rho^5} \right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{P}{2\pi} \left[\frac{(1-2\nu)}{r^2} \left\{ \left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{y^2 - x^2}{r^2} + \frac{zx^2}{\rho^3} \right\} - \frac{3zy^2}{\rho^5} \right] \\ \sigma_{zz} &= -\frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{\rho^5} \\ \sigma_{xy} &= \frac{P}{2\pi} \left[\frac{(1-2\nu)}{r^2} \left\{ \left(1 - \frac{z}{\rho}\right) \frac{xy}{r^2} + \frac{xyz}{\rho^3} \right\} - \frac{3xyz}{\rho^5} \right] \\ \sigma_{xz} &= -\frac{3P}{2\pi} \frac{xz^2}{\rho^5} \\ \sigma_{yz} &= -\frac{3P}{2\pi} \frac{yz^2}{\rho^5}\end{aligned} \tag{A1}$$

$$\text{όπου } r^2 = x^2 + y^2 \text{ and } \rho^2 = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

Στις παραπάνω εξισώσεις θεωρούμε $0 \leq \delta \leq \pi/2$, $x=r\sin\delta$, $z=r\cos\delta$ και $y=0$ και μετά υπολογίζουμε την πρώτη αναλοιώτη $I_1=\sigma_{kk}$ του ταυυστή έντασης s_{ij} και τη δεύτερη και τρίτη αναλοιώτη ($J_2=q$ και J_3 , Σχέσεις 7, 9) του αποκλίνοντα ταυυστή έντασης s_{ij} . Οι τρεις αναλοιώτες παρουσιάζονται στο Σχήμα A1(b) σε αδιάστατη μορφή ως συναρτήσεις της γωνίας δ .

Γενικά ανεξάρτητα του λόγου Poisson ν , η τρίτη αμετάβλητη του αποκλίνοντα ταυυστή έντασης είναι περίπου 25 φορές μικρότερη σε τάξη μεγέθους από την πρώτη αμετάβλητη και περίπου 10 φορές τάξης μεγέθους μικρότερη από τη δεύτερη αμετάβλητη.

Η αναλοιώτη τάση καθορίζεται ως:

$$\cos 3a_s = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_{3s}}{J_{2s}^{3/2}} \quad 0 \leq a_s \leq \pi/3 \tag{A2}$$

$$\text{με } J_{2s} = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ij}, \quad J_{3s} = \frac{1}{3} s_{ij} s_{ij} s_{ij}.$$

Σημειώνεται πως όταν $\alpha_s \rightarrow \pi/3$ σημαίνει πως το υλικό συμπιέζεται και όταν $\alpha_s \rightarrow 0$ σημαίνει πως το υλικό εφελκύεται. Σύμφωνα με το Σχήμα A2, ο εφελκυσμός φαίνεται να κυριαρχεί κοντά στην επιφάνεια και η συμπίεση πιο βαθιά στο υπόστρωμα. Η μεταβολή του όγκου δίνεται ως

$$\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)Pz}{4\pi E(1-\nu)\rho^3} \quad (A3)$$

και η περιστροφή δίνεται ως

$$\omega_{xz} = -\frac{(1+\nu)Px}{4\pi E\rho^3} \quad (A4)$$

Είναι φανερό πως μακριά από την αρχή ($x=y=z=0$) η αύξηση του εφαρμοζόμενου φορτίου ΔP πρέπει να είναι τέτοια, ώστε ένα στοιχείο κοντά στην αρχή να μην καταρεύσει ή περιστραφεί σημαντικά. Έτσι $-1 < \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}$ και $|\omega_{xz}| < 1$.

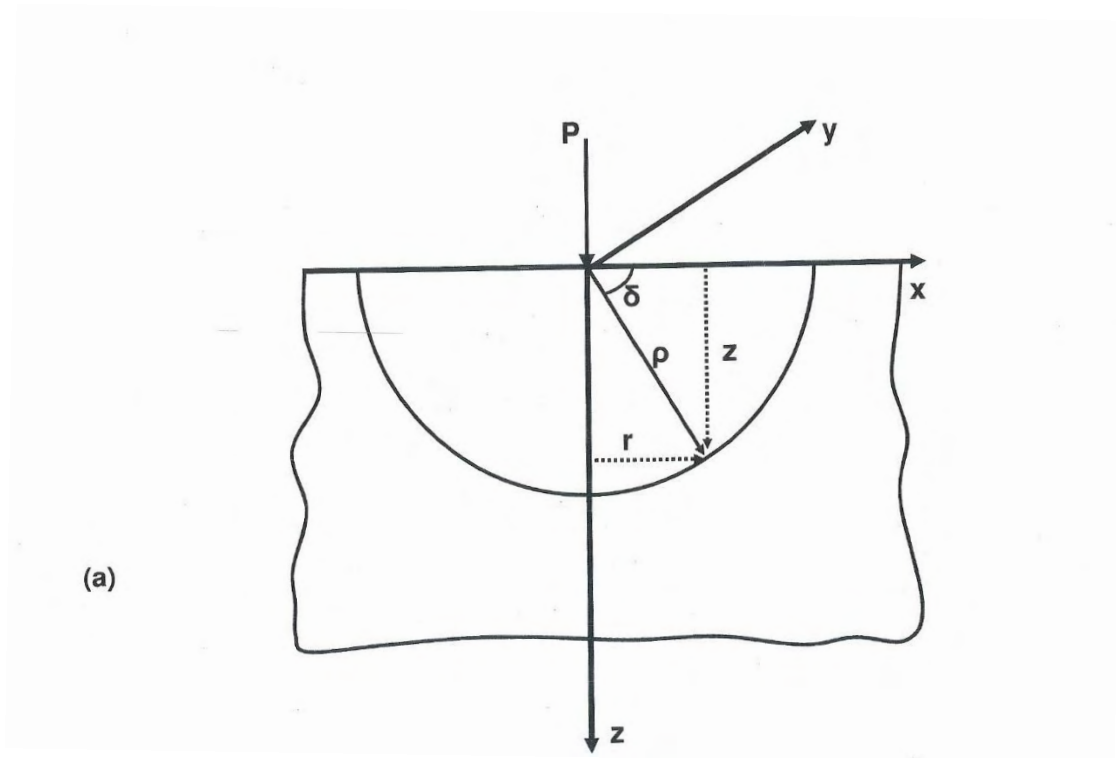
Στο εσωτερικό ενός στοιχείου μεγέθους h_e , κοντά στη αρχή, η θέση του πλησιέστερου ακέραιου σημείου είναι της τάξης $x=y=z=h_e$ και $r=h_e\sqrt{3}$.

Για την αποφυγή κατάρρευσης του στοιχείου έχουμε $\frac{(1+\nu)(1-2\nu)\Delta P h_e}{4\pi E(1-\nu)h_e^3} < 1$, που δίνει

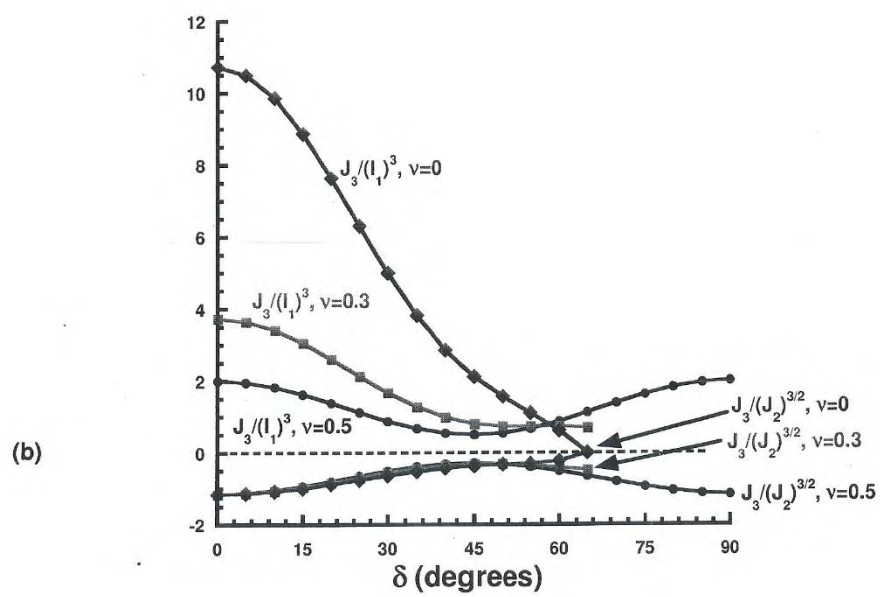
$$\Delta P < h_e^2 \frac{4\pi E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (A5)$$

Για την αποφυγή ακραίας περιστροφής έχουμε $\frac{(1+\nu)\Delta P h_e}{4\pi E h_e^3} < 1$, που δίνει

$$\Delta P < h_e^2 \frac{4\pi E}{(1+\nu)} \quad (A6)$$

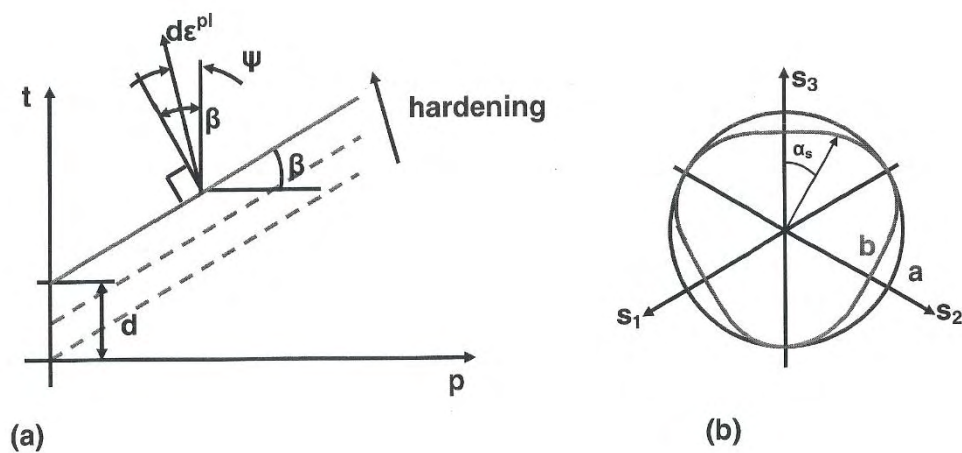


Σχήμα A1 (a)

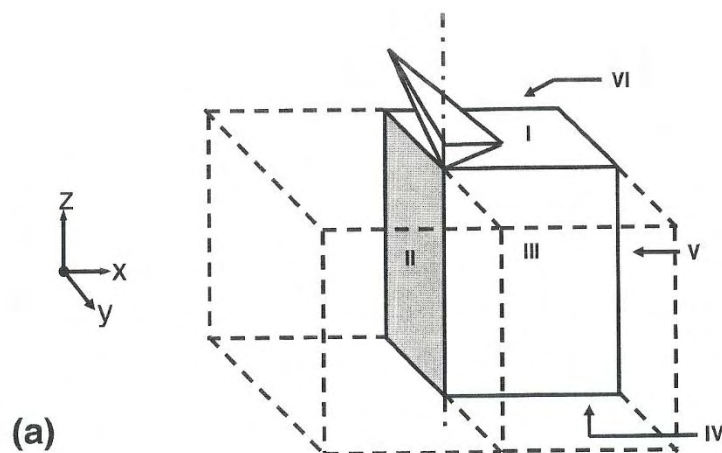


Σχήμα A1 (b)

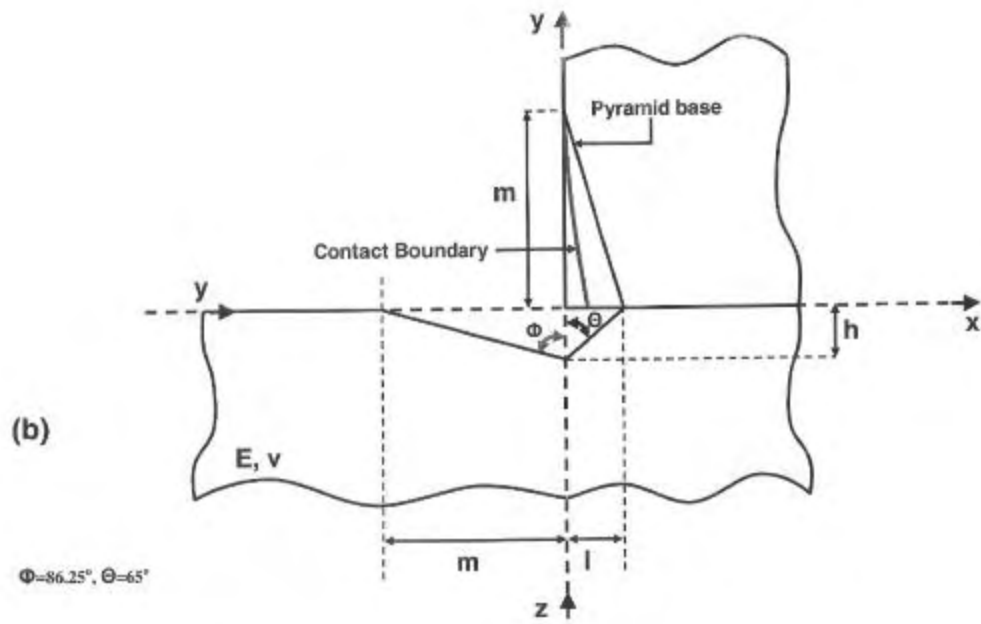
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β
Σχήματα 6^{ου} Κεφαλαίου (Ανάλυσης Πεπερασμένων Στοιχείων)



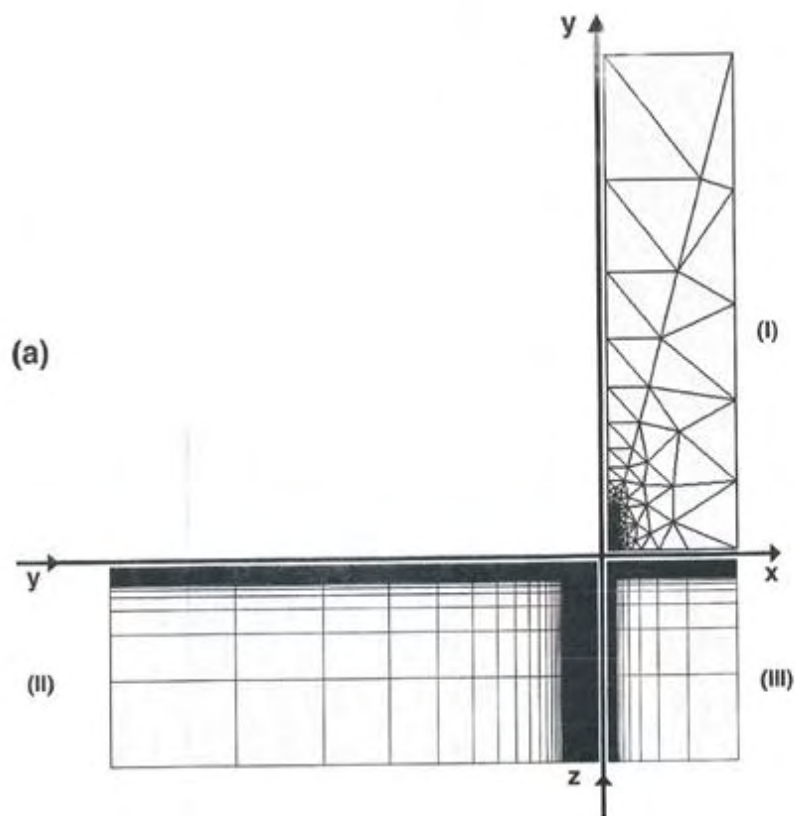
Σχήμα B1 (a), (b)



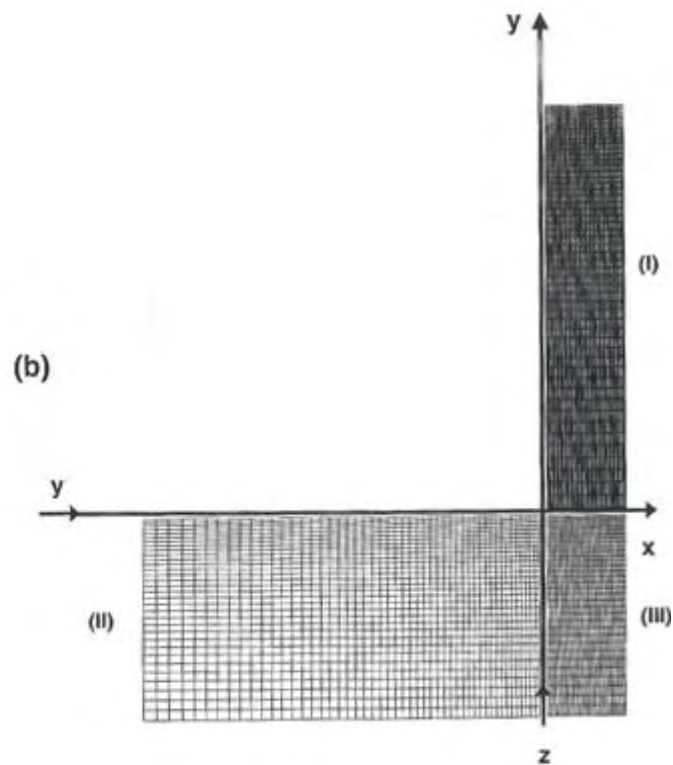
Σχήμα B2 (a)



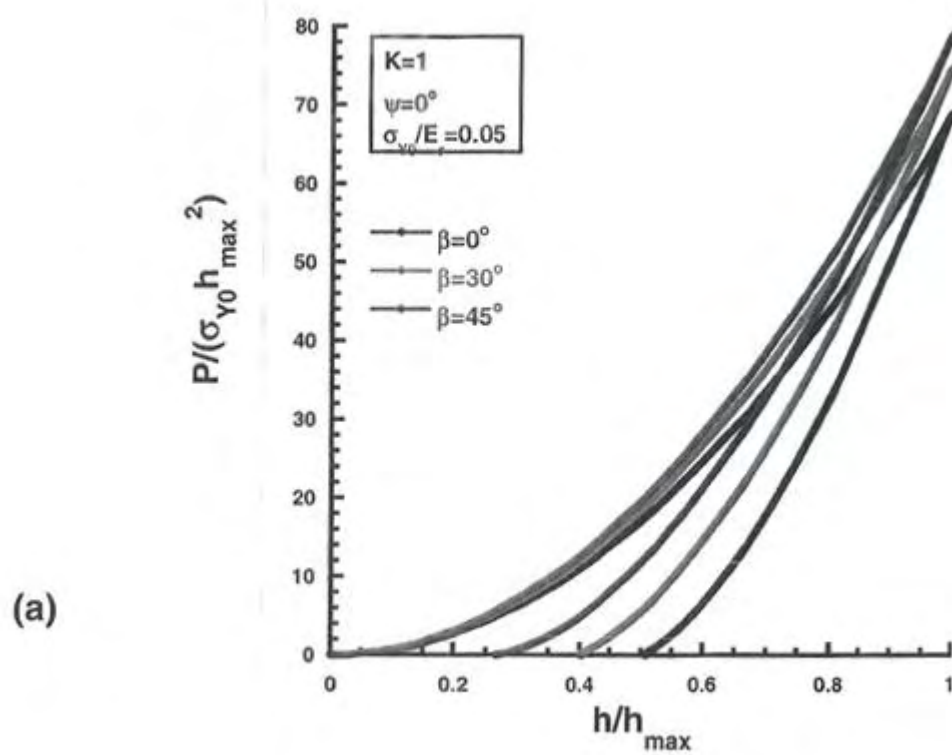
Σχήμα B2 (b)



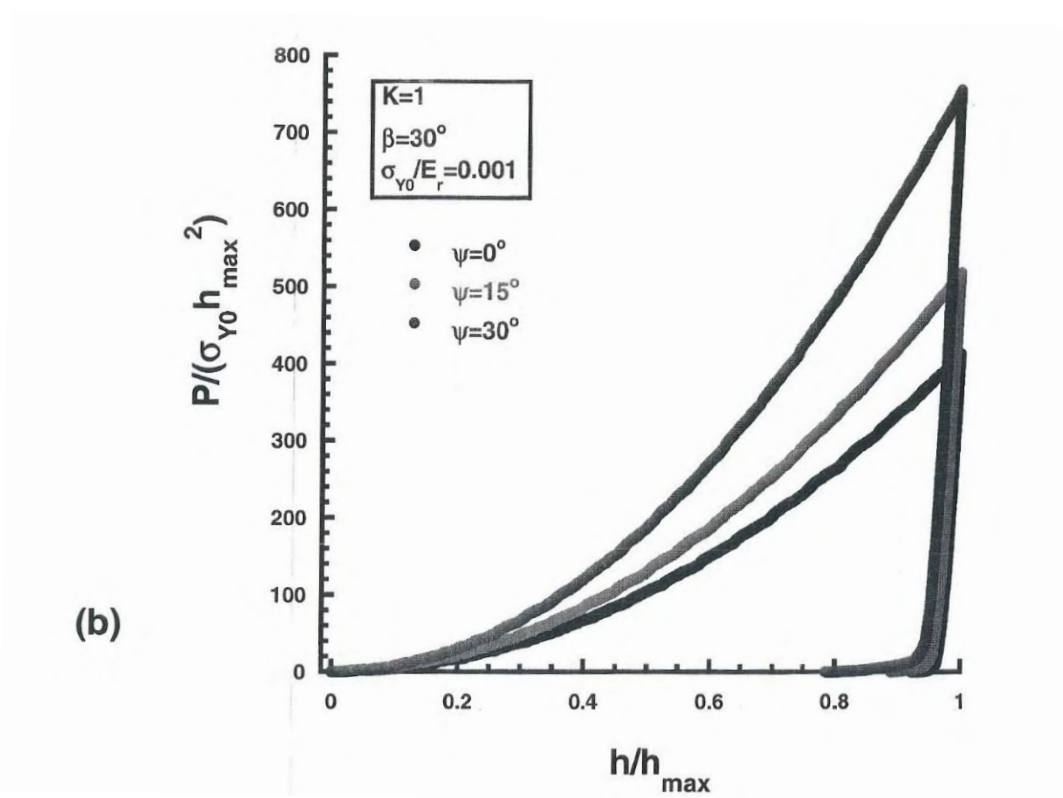
Σχήμα B3 (a)



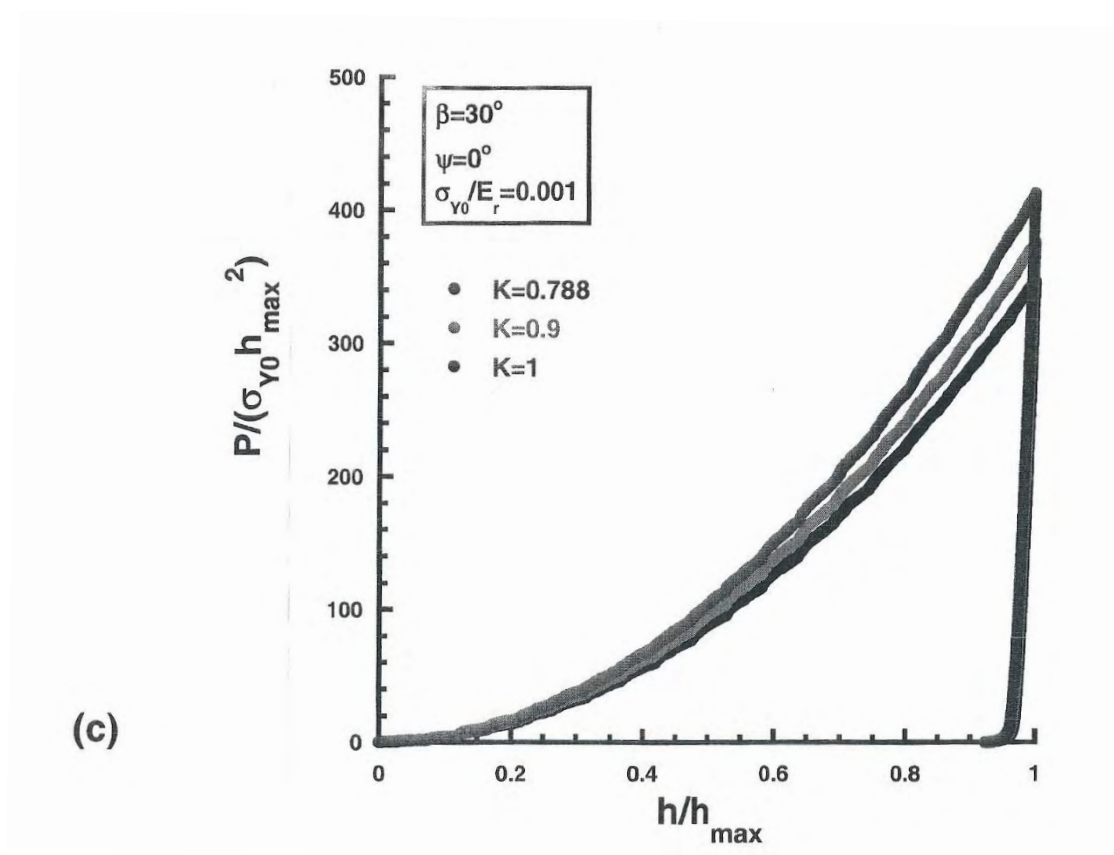
Σχήμα Β3 (b)



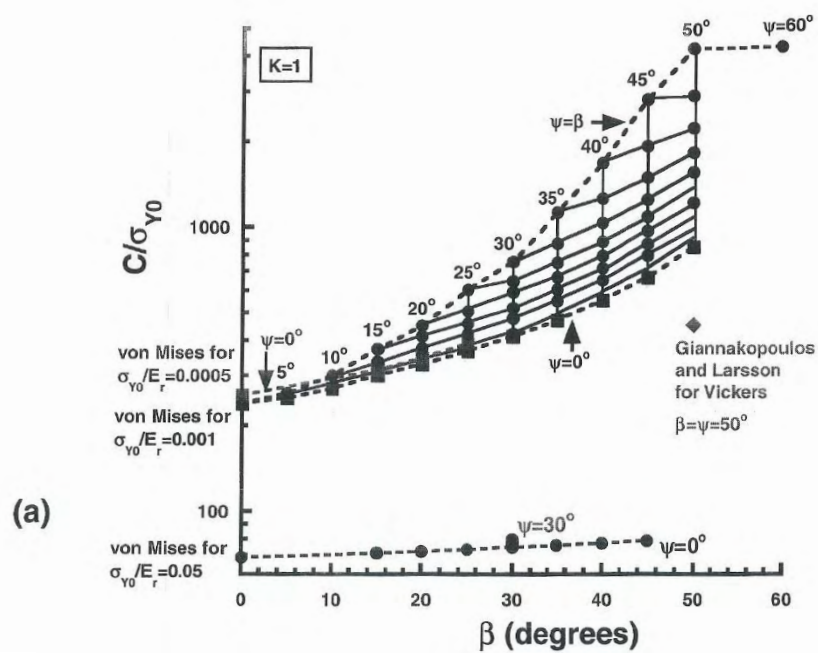
Σχήμα Β4 (a)



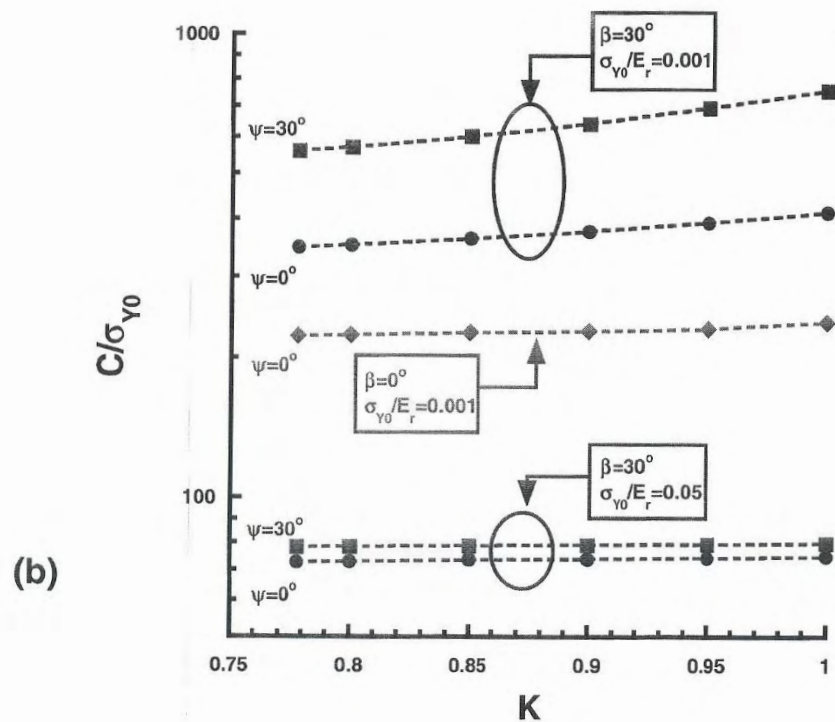
Σχήμα B4 (b)



Σχήμα B4 (c)

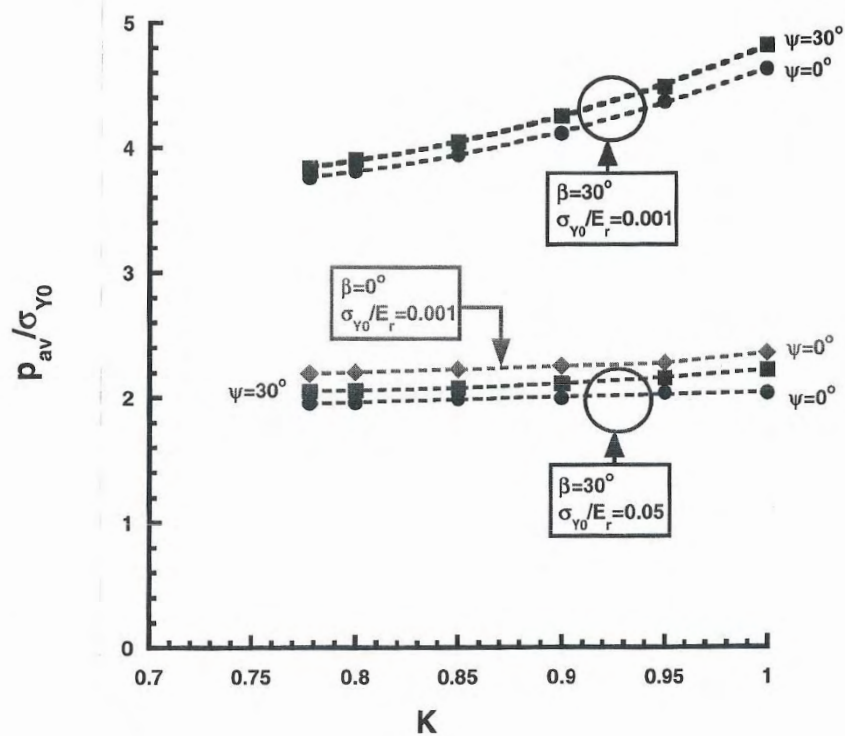


Σχήμα B5 (a)

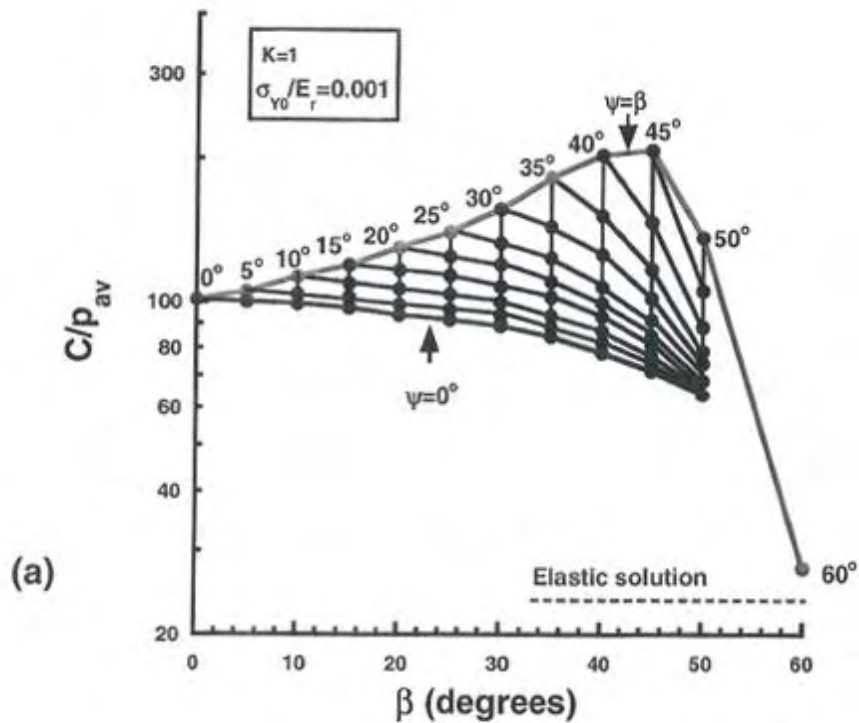


Σχήμα B5 (b)

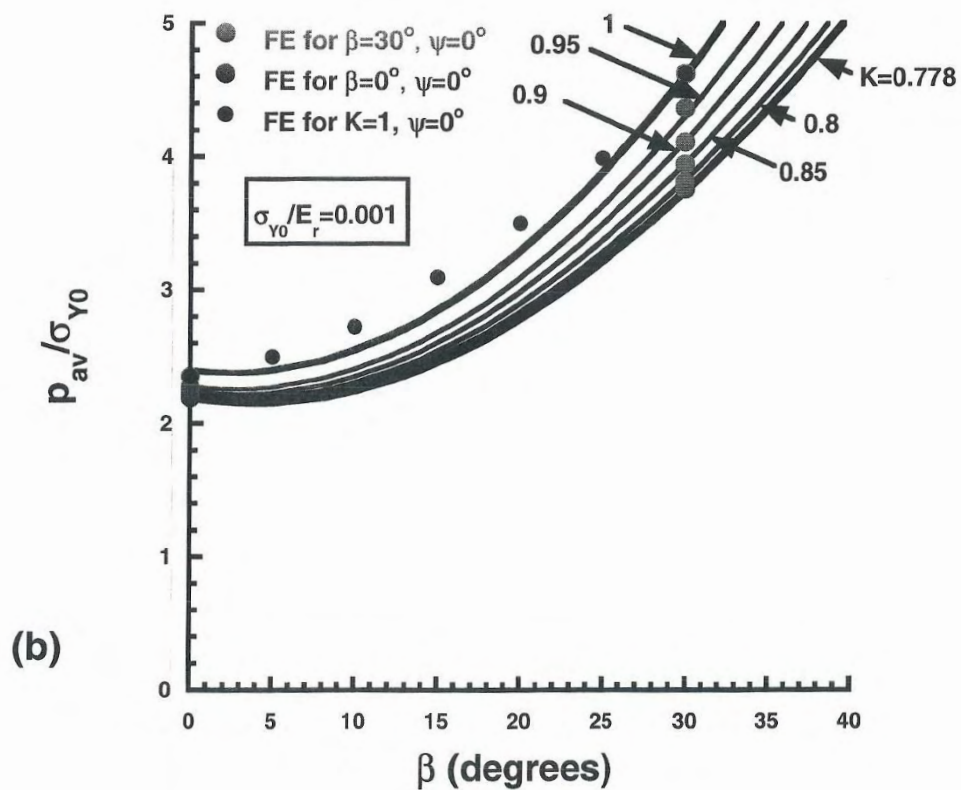
(c)



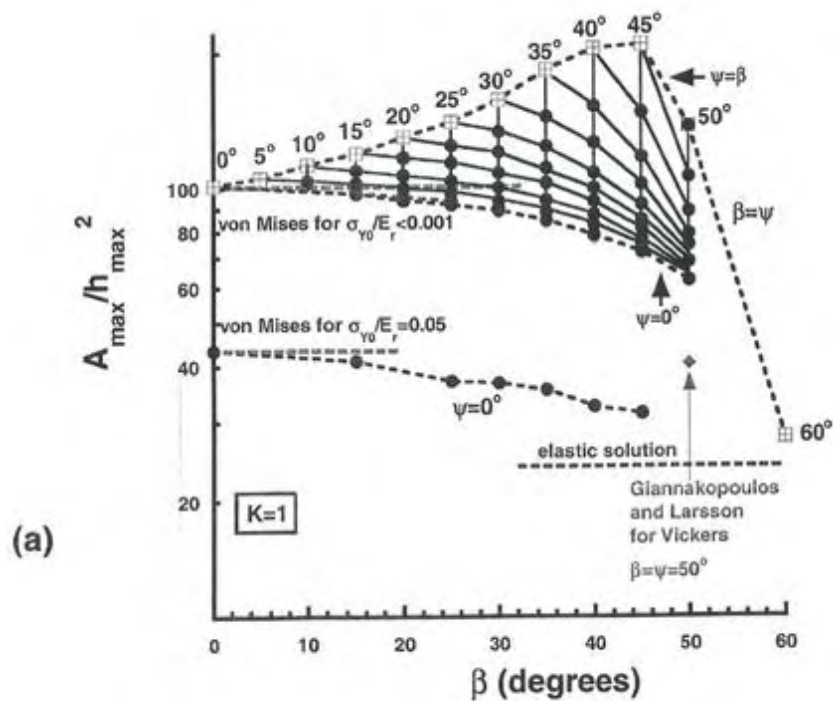
Σχήμα B6 (c)



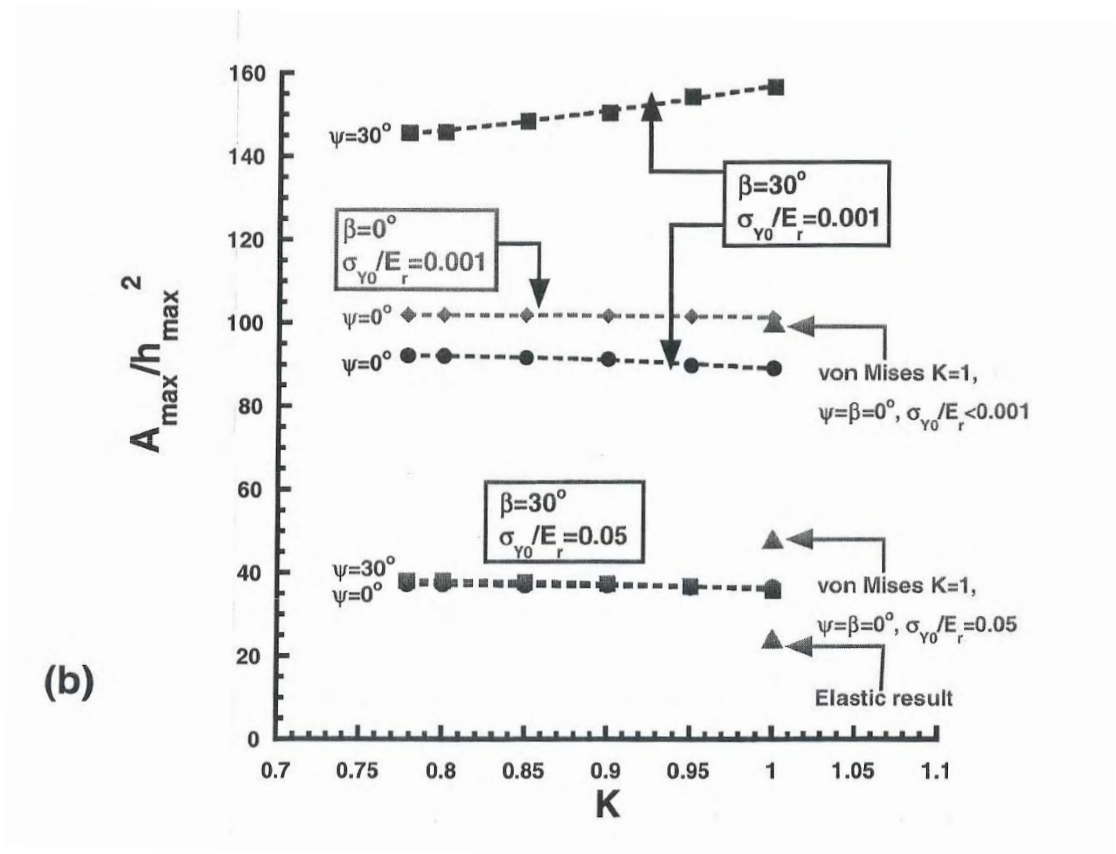
Σχήμα B7 (a)



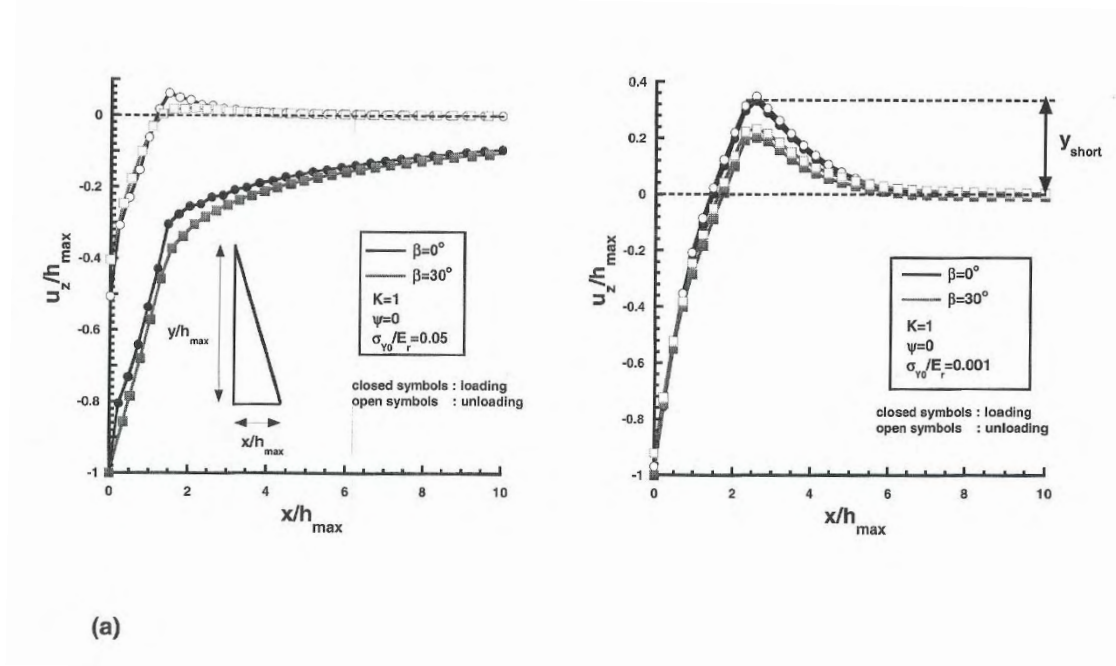
Σχήμα B7 (b)



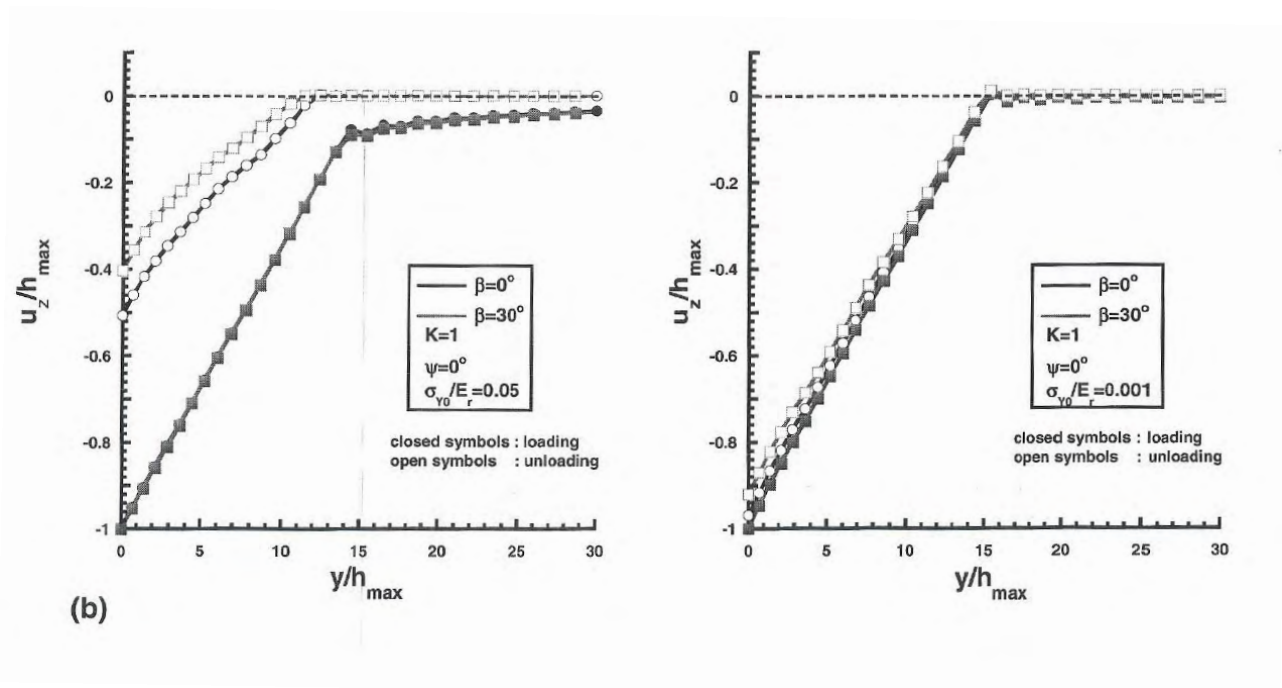
Σχήμα B8 (a)



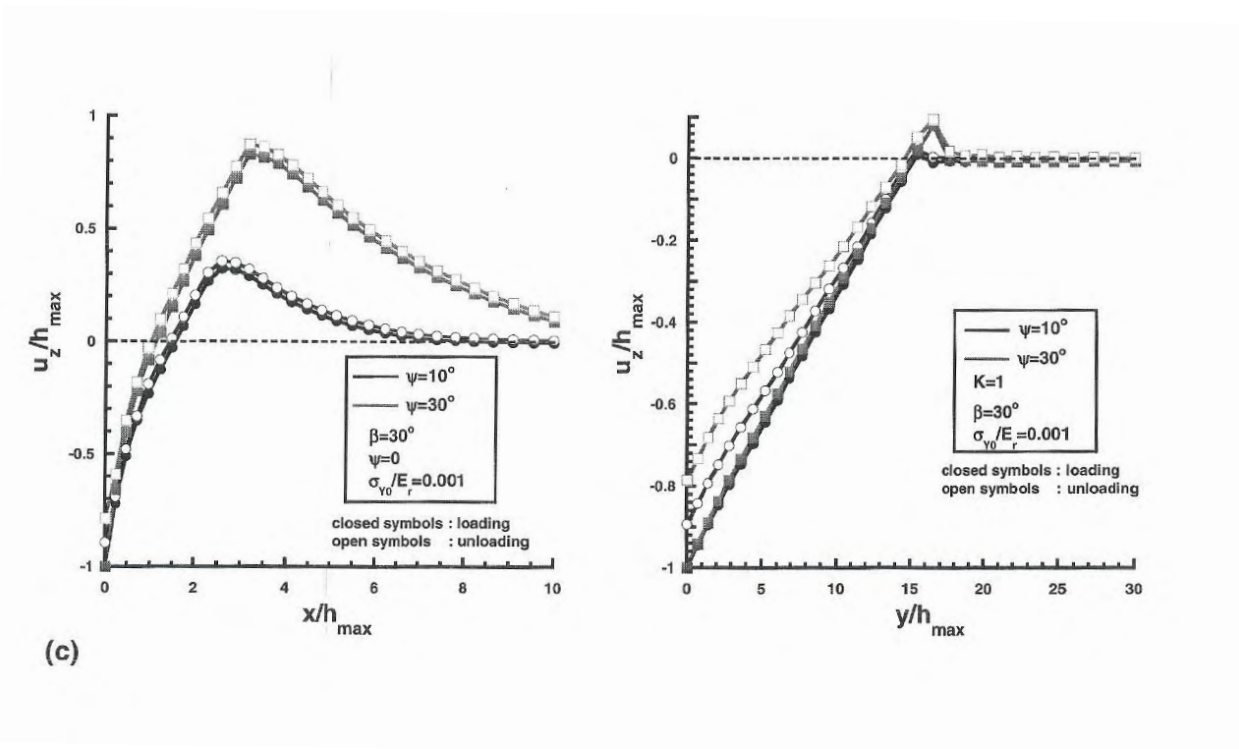
Σχήμα B8 (b)



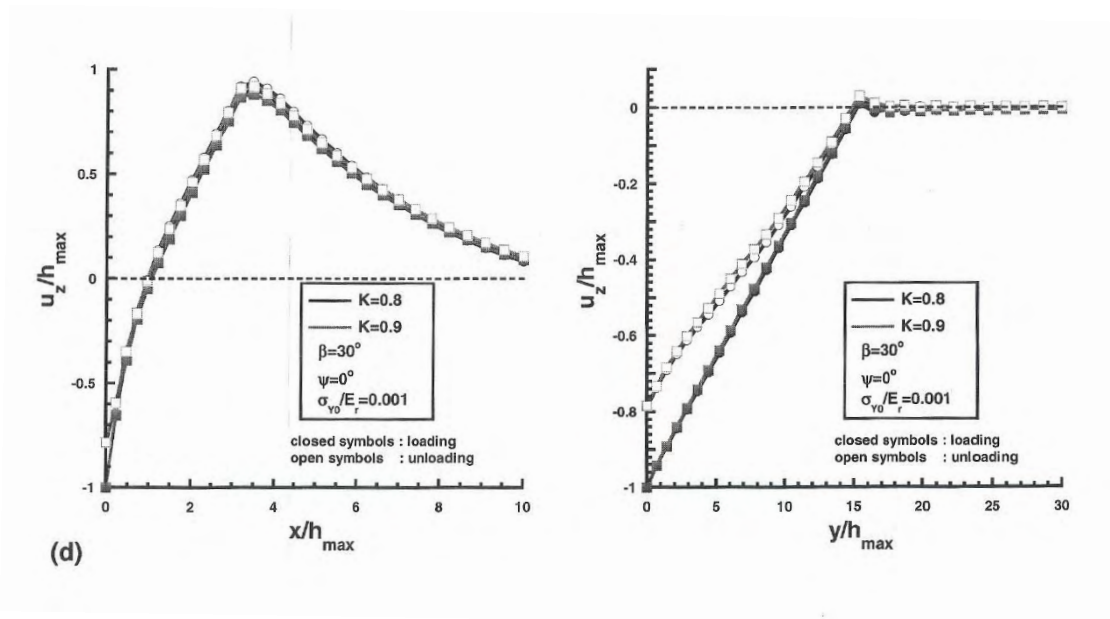
Σχήμα B9 (a)



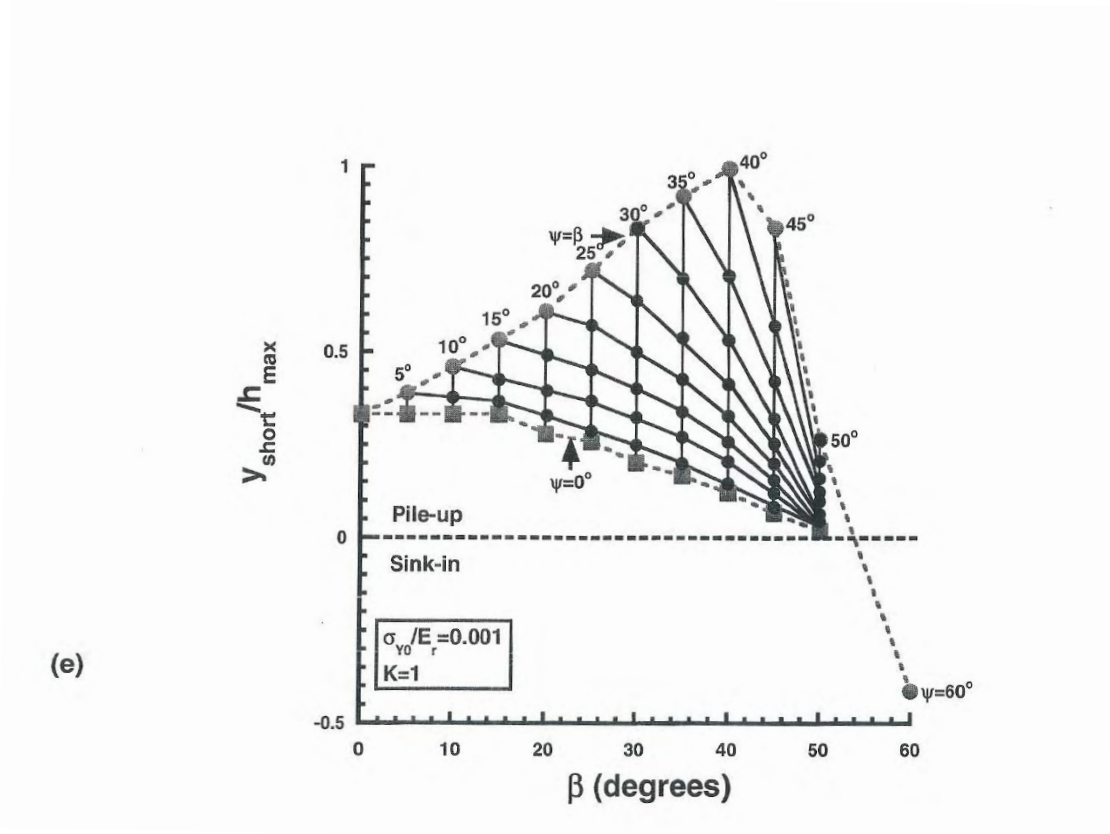
Σχήμα B9 (b)



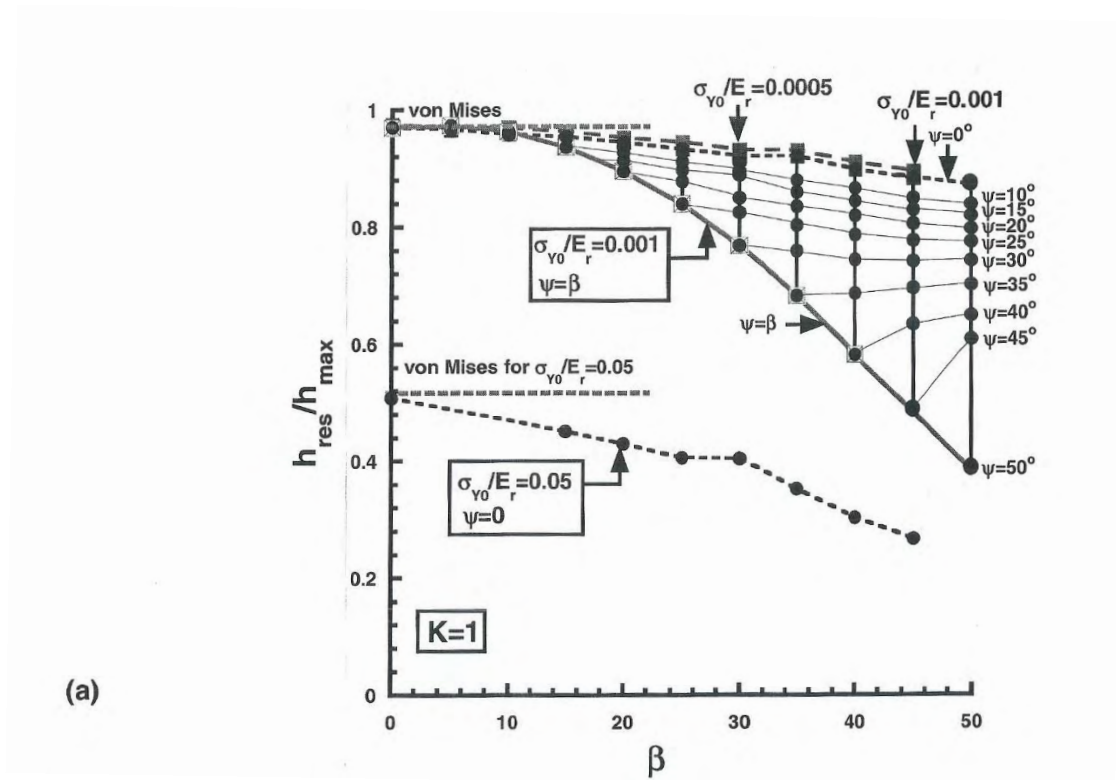
Σχήμα B9 (c)



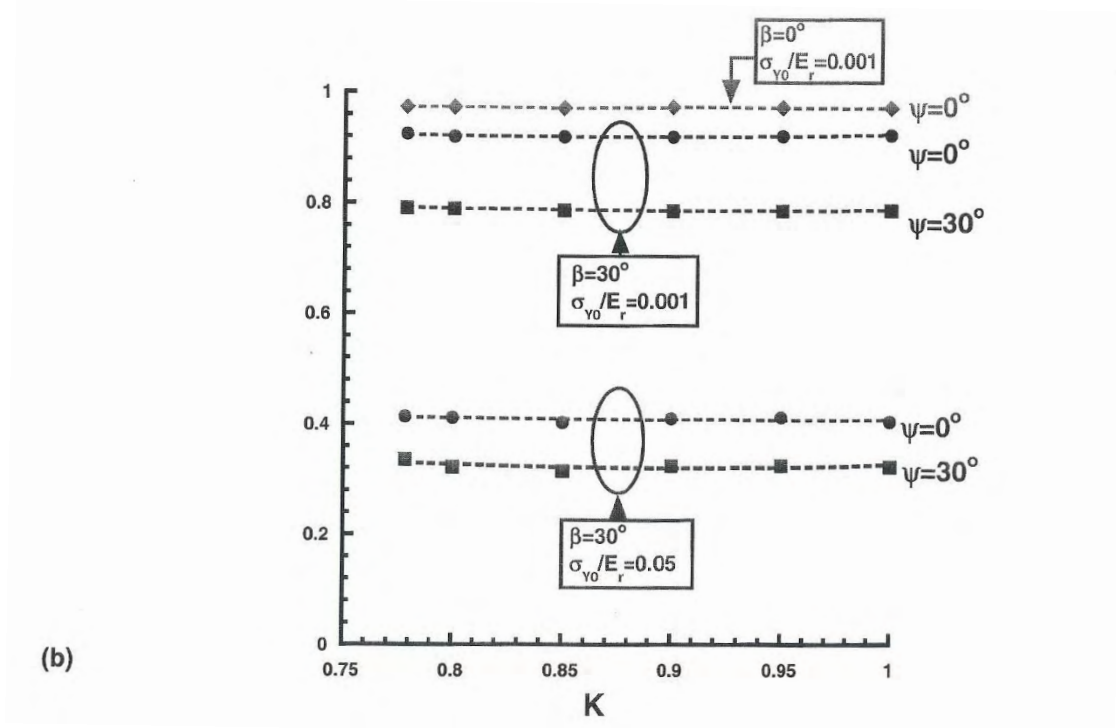
Σχήμα B9 (d)



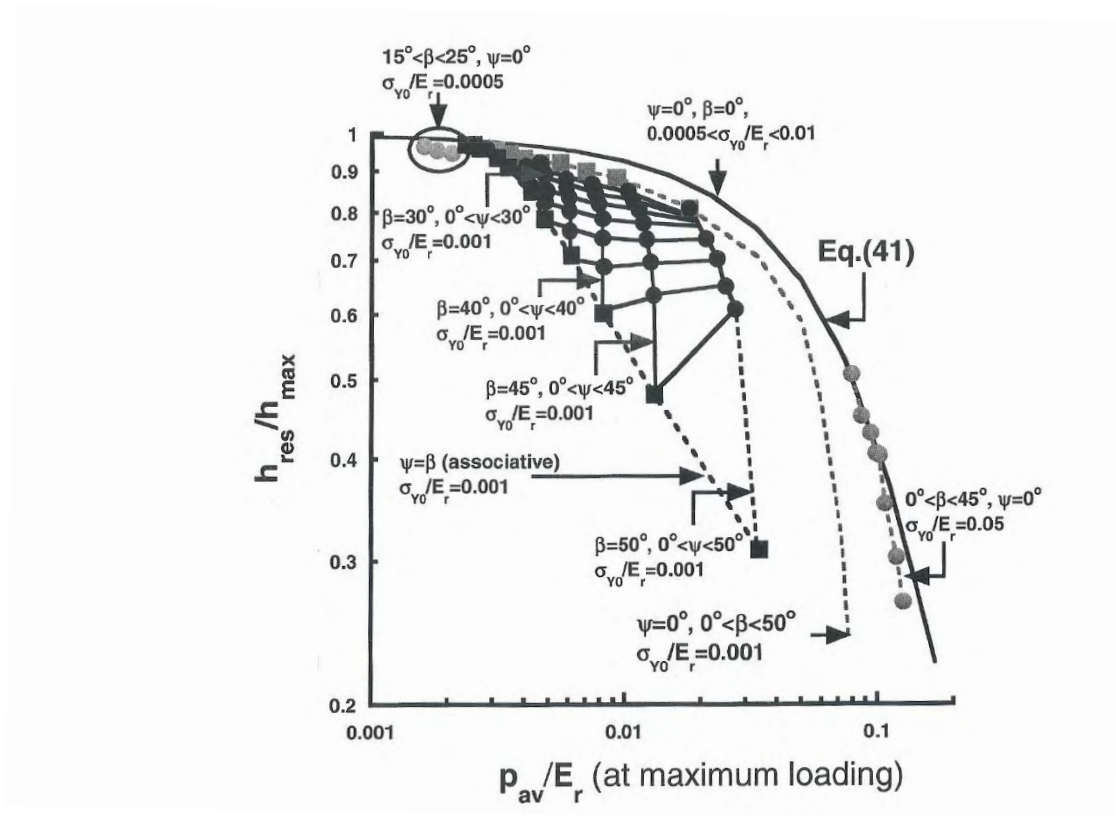
Σχήμα B9 (e)



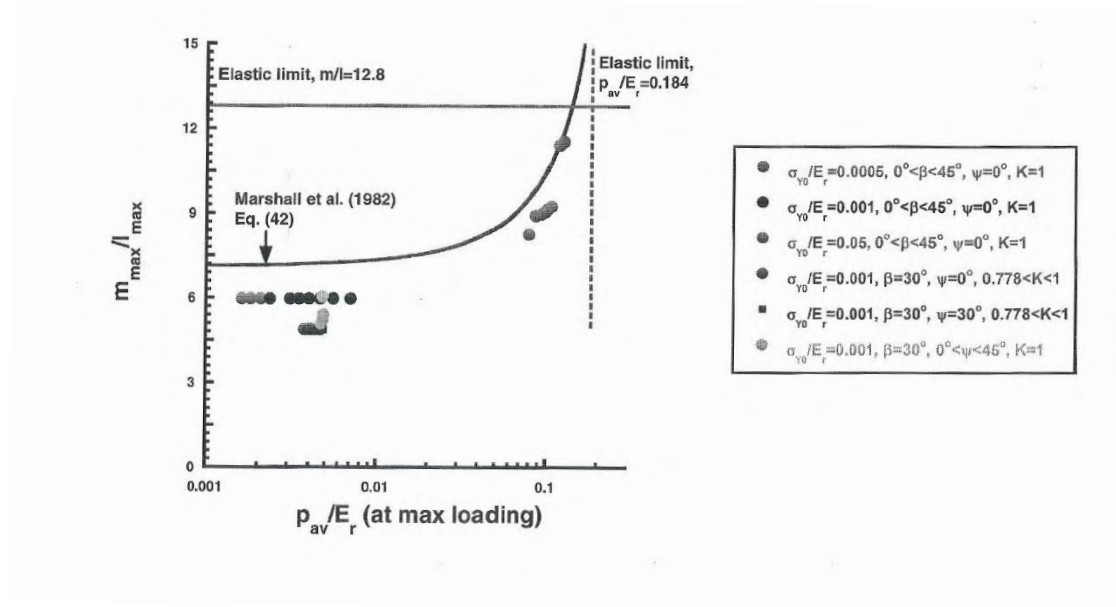
Σχήμα B10 (a)



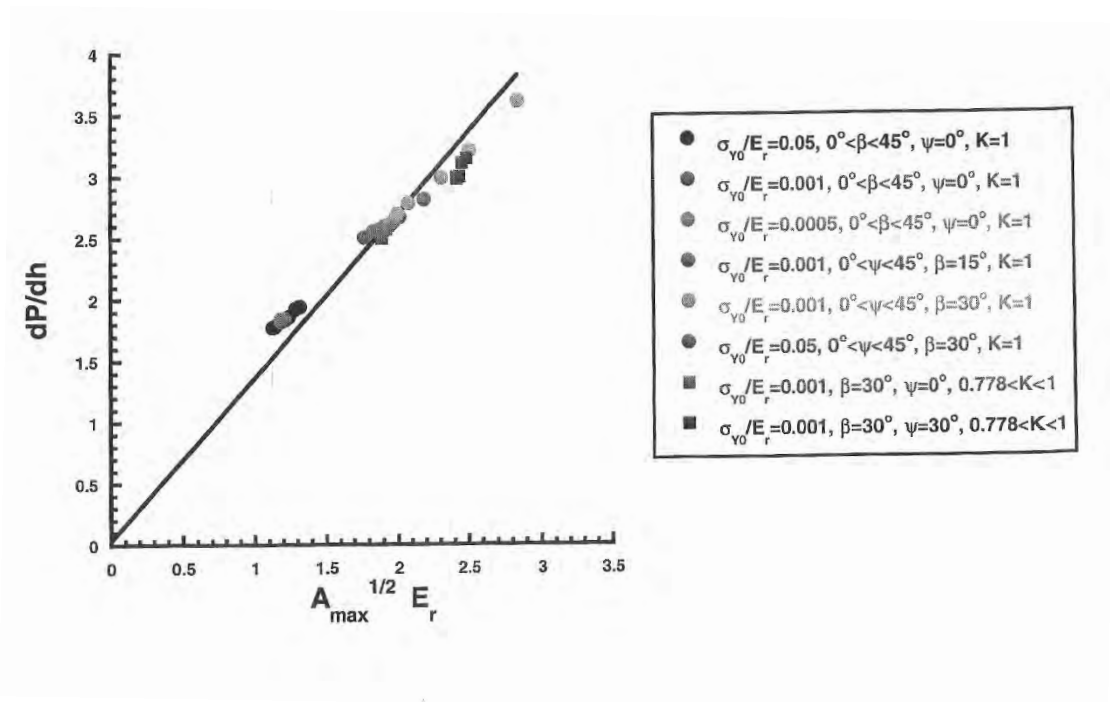
Σχήμα B10 (b)



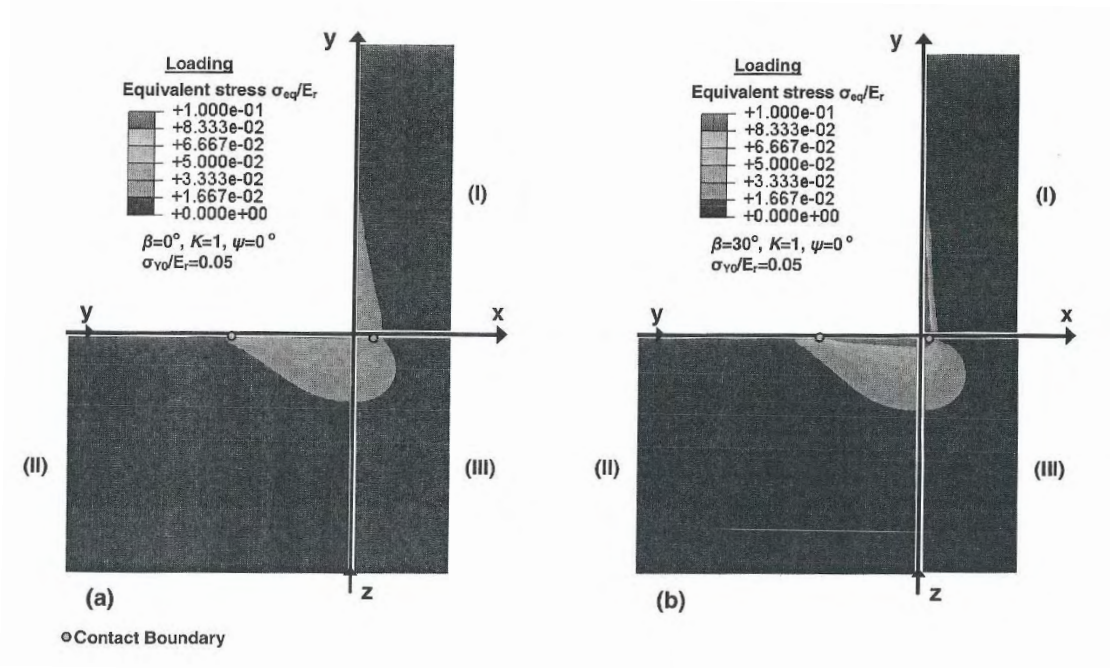
Σχήμα B11



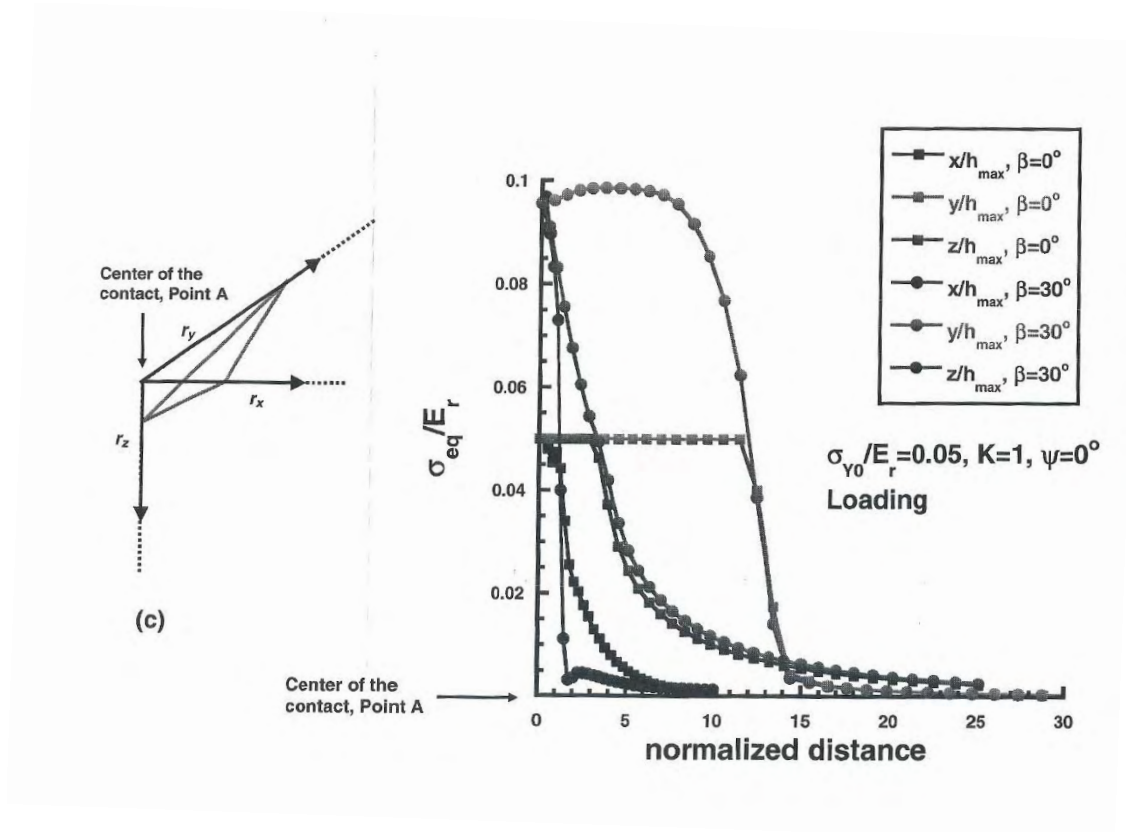
Σχήμα B12



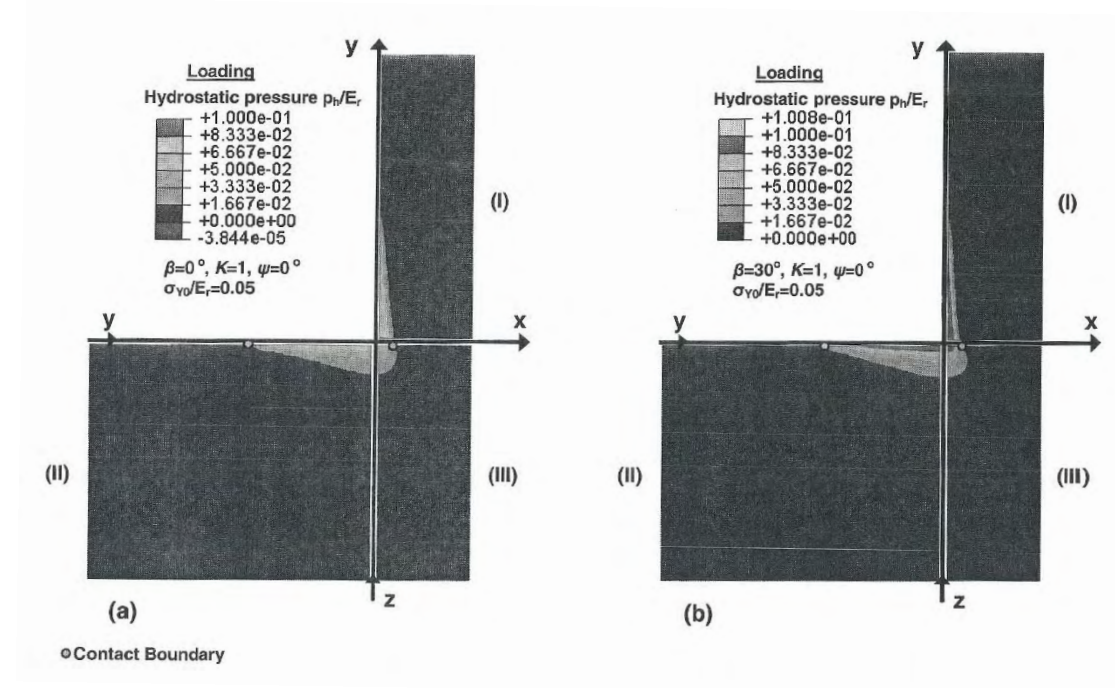
Σχήμα B13



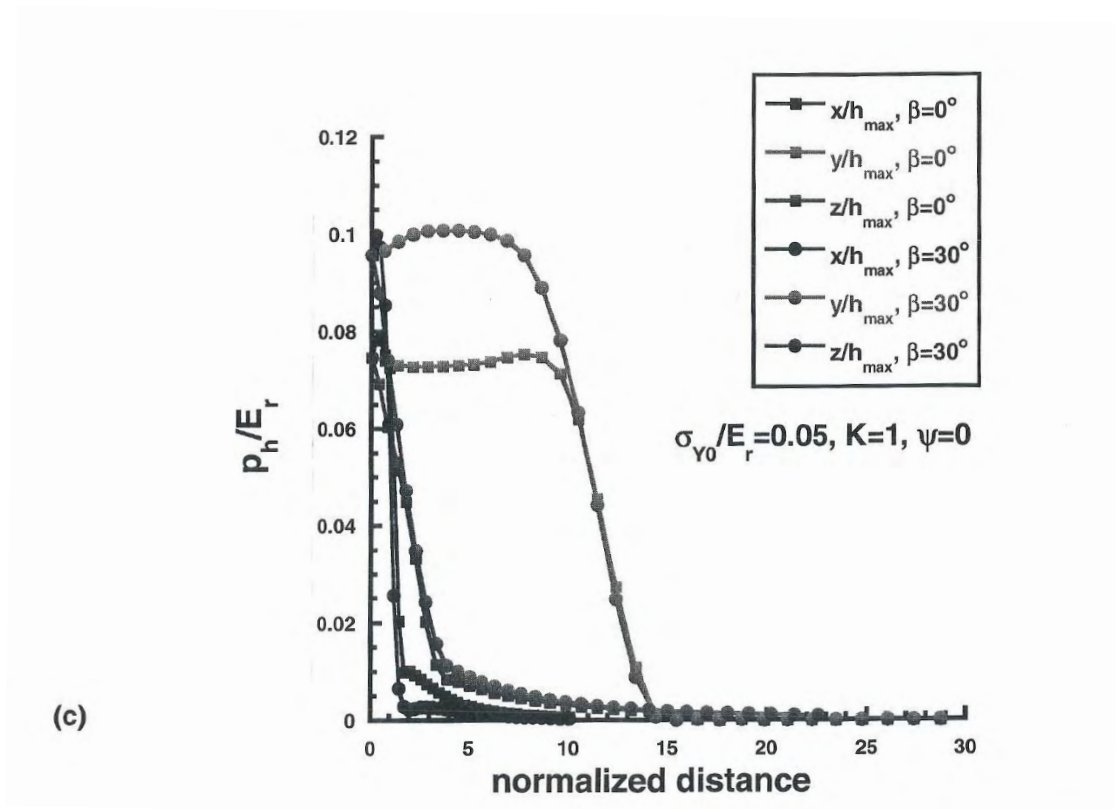
Σχήμα B14 (a), (b)



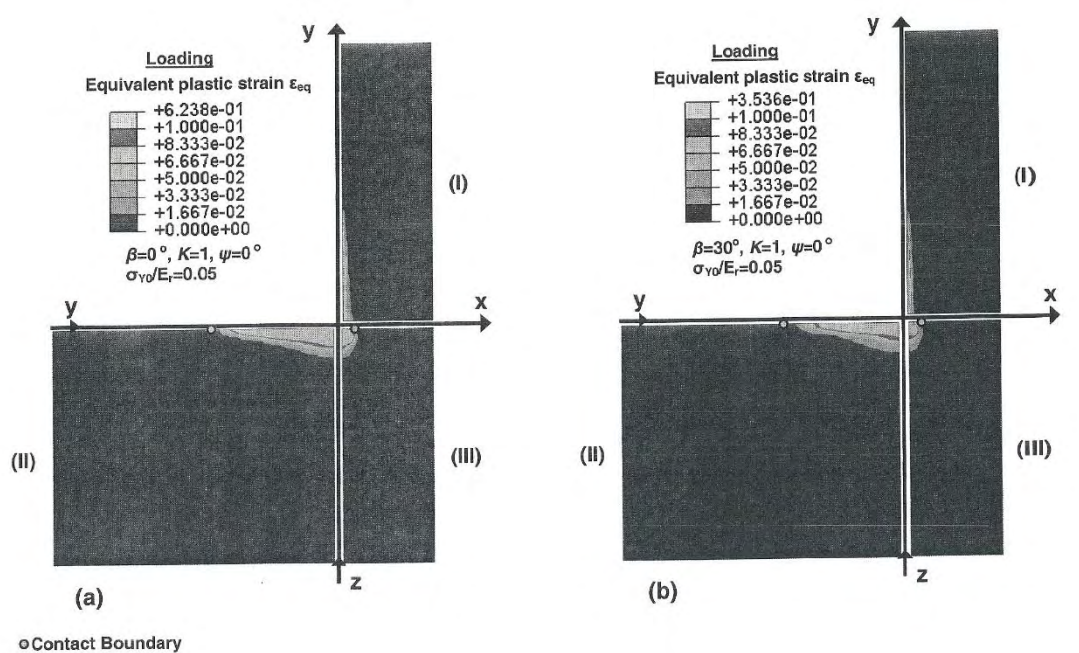
Σχήμα B14 (c)



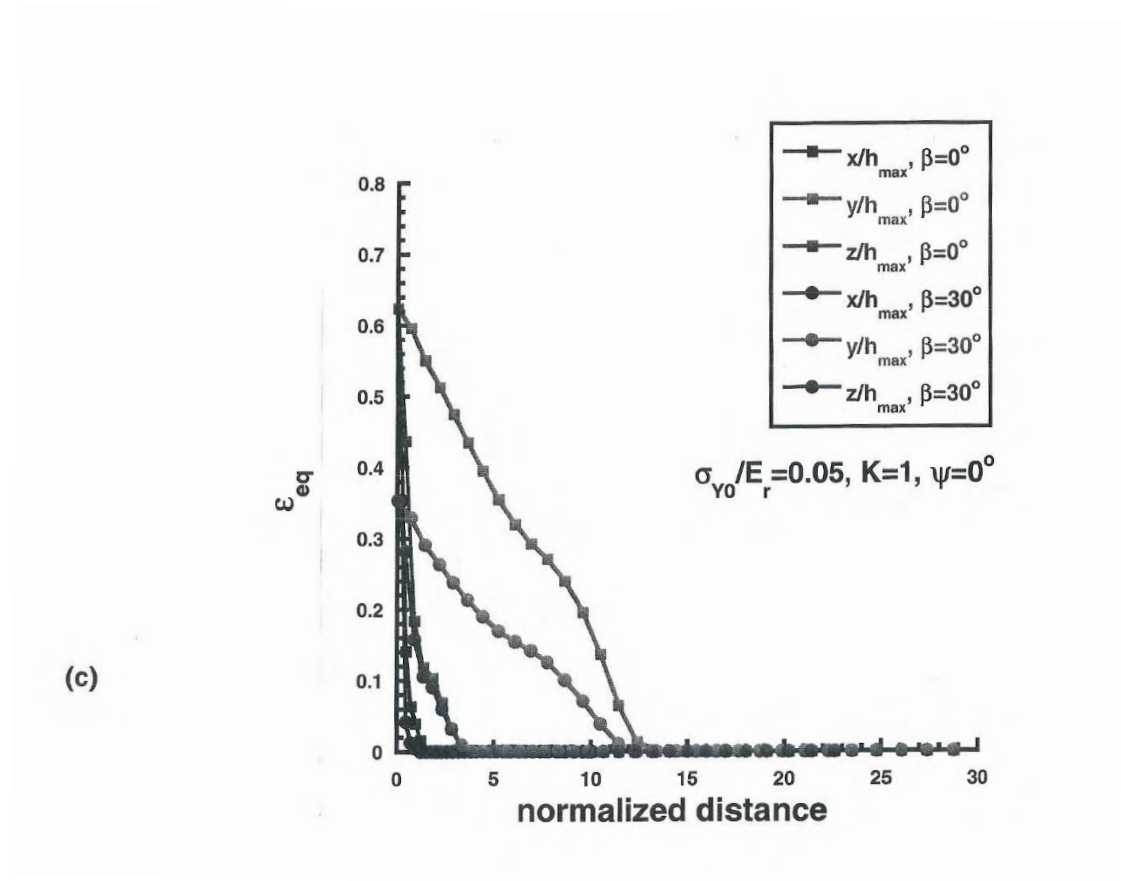
Σχήμα B15 (a), (b)



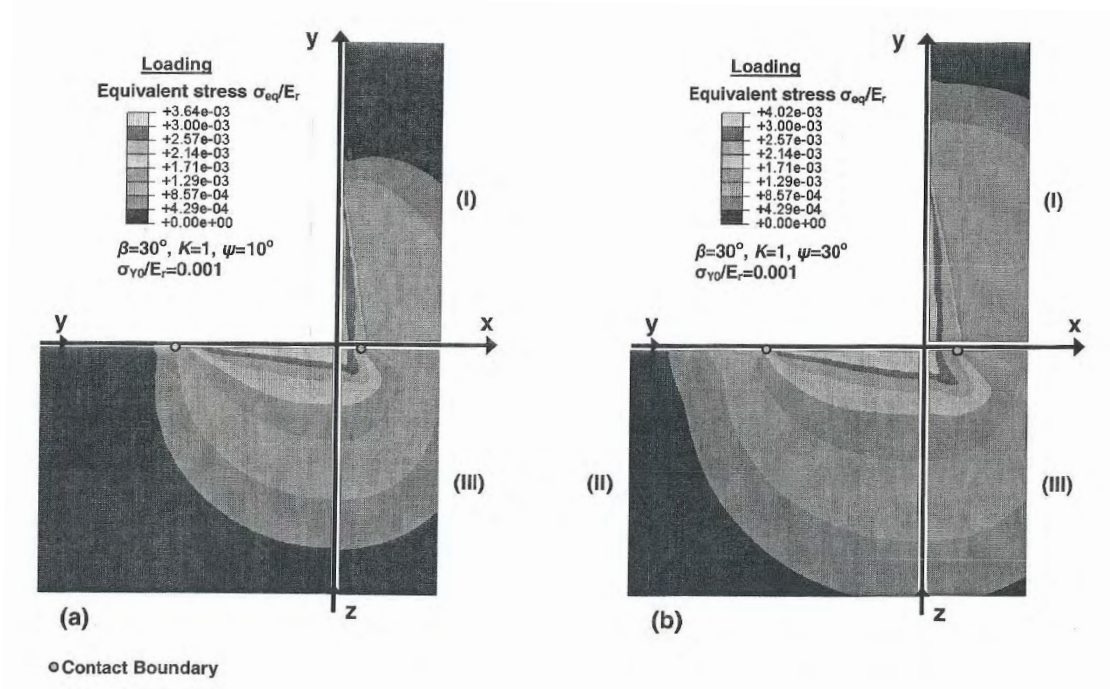
Σχήμα B15 (c)



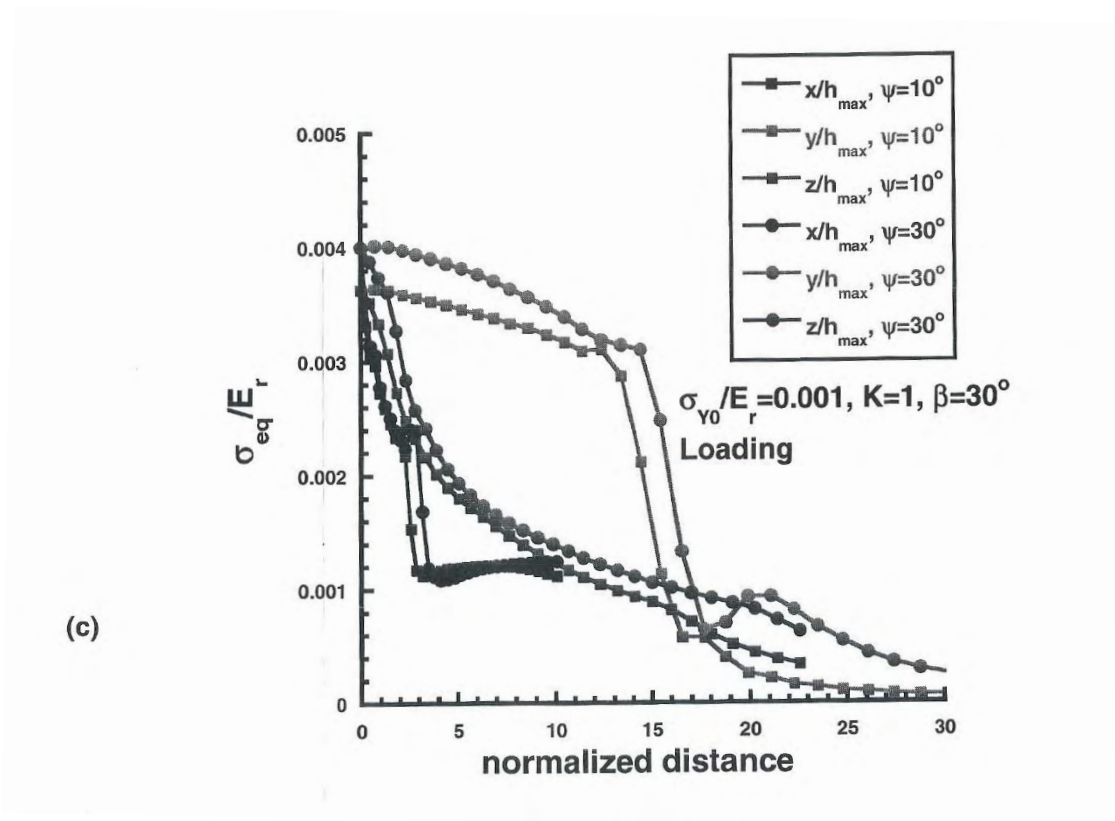
Σχήμα B16 (a), (b)



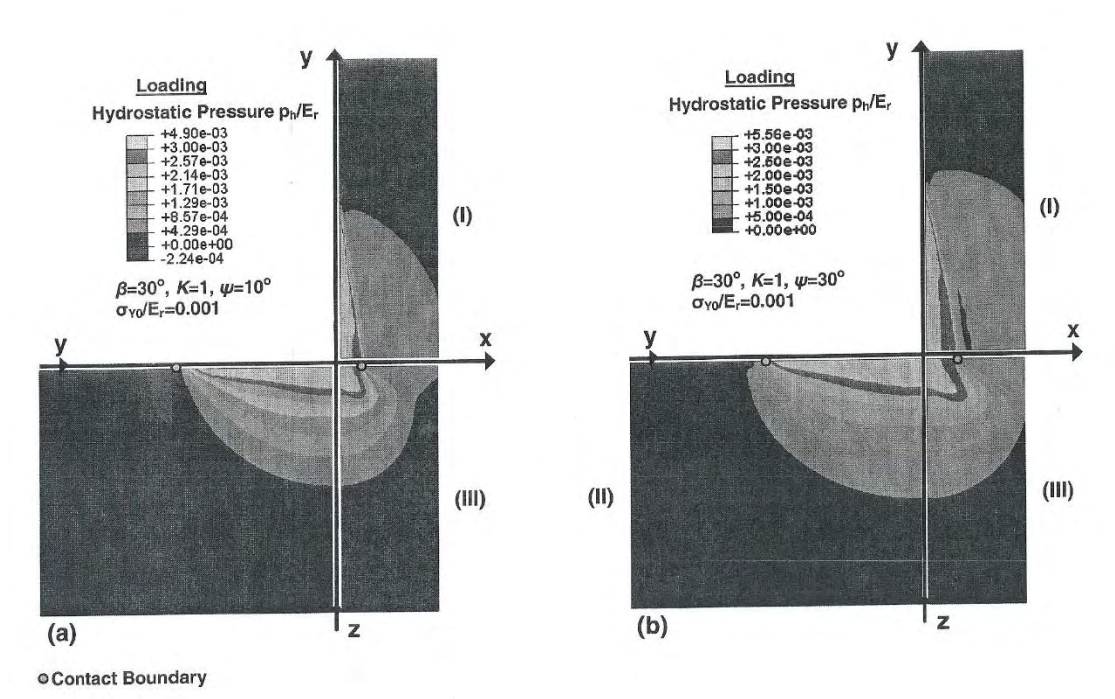
Σχήμα B16 (c)



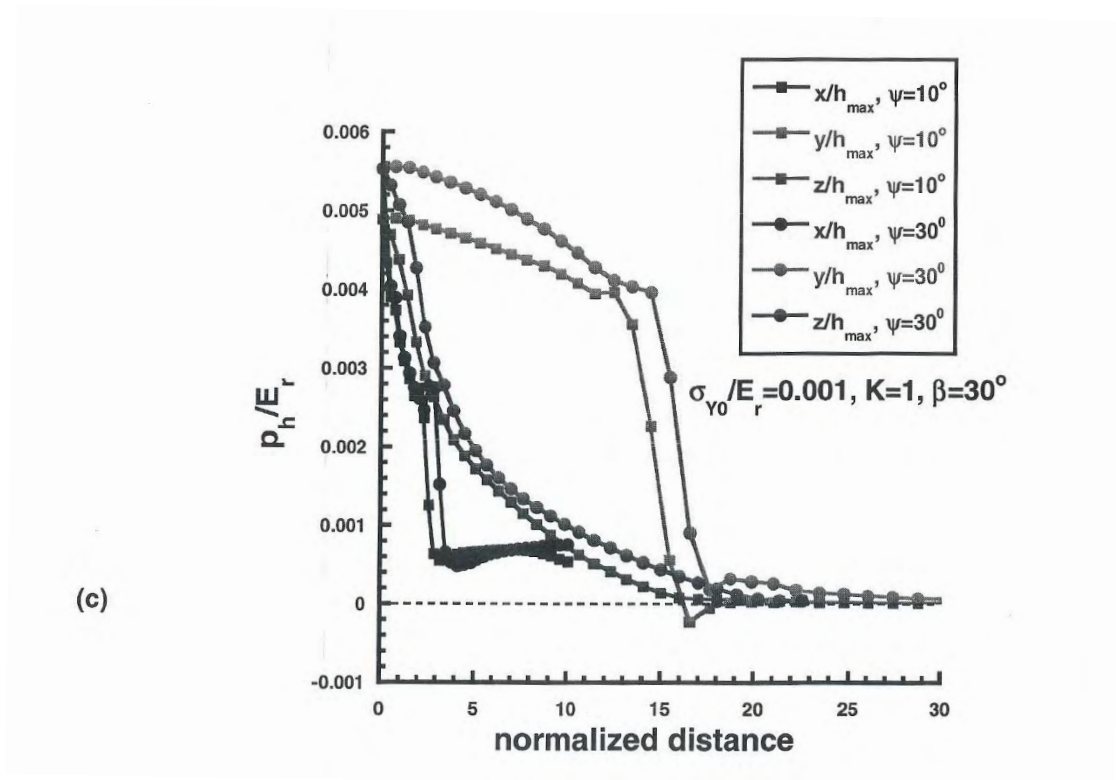
Σχήμα B17 (a), (b)



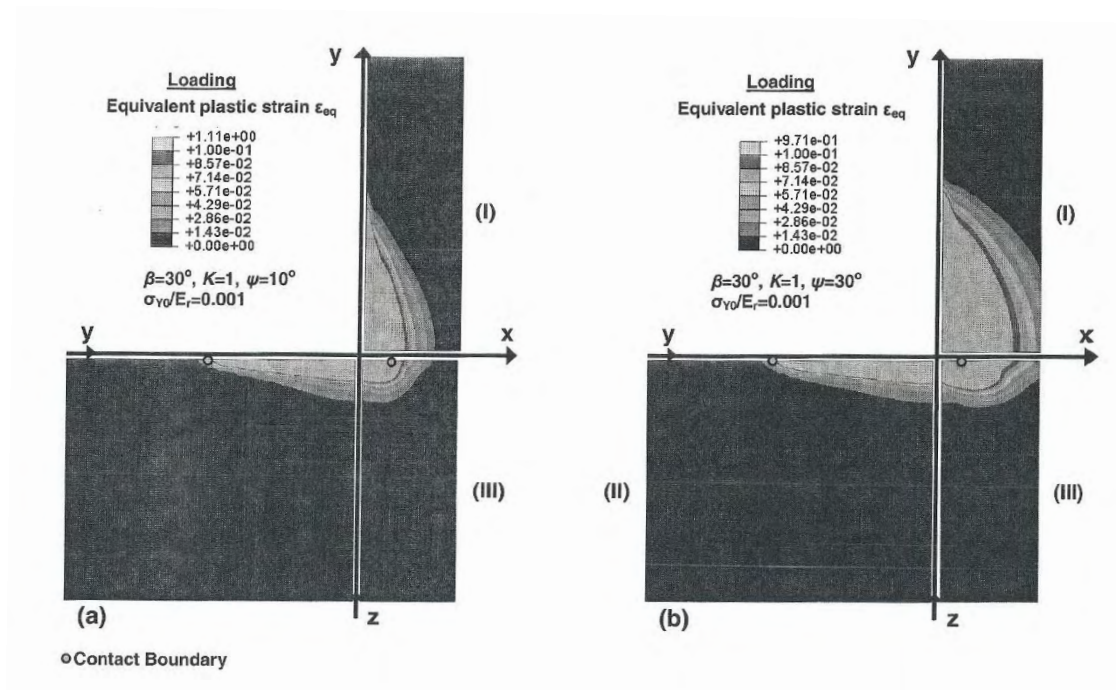
Σχήμα B17 (c)



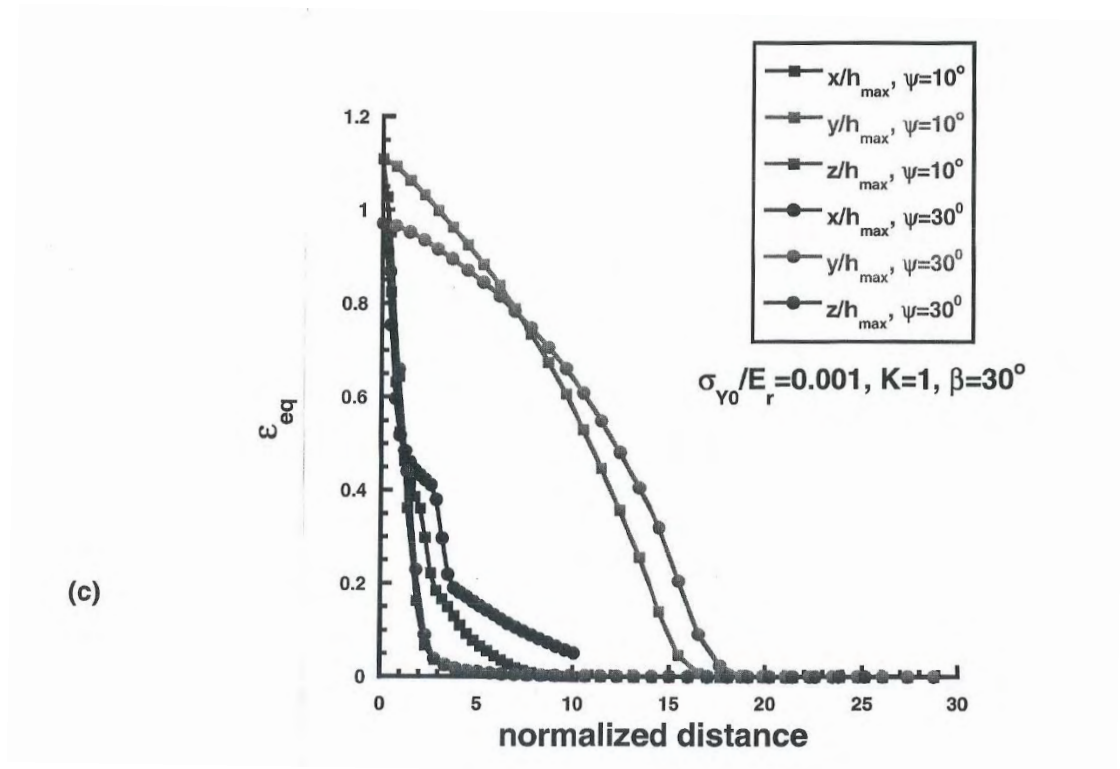
Σχήμα B18 (a), (b)



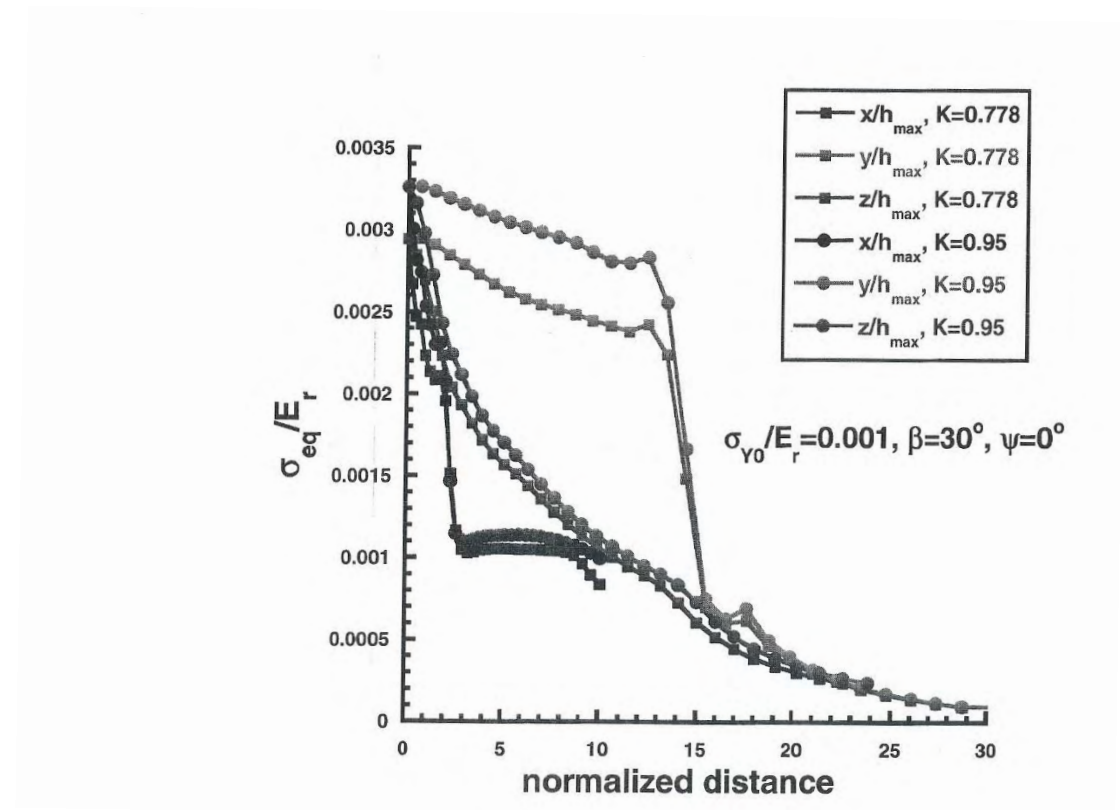
Σχήμα B18 (c)



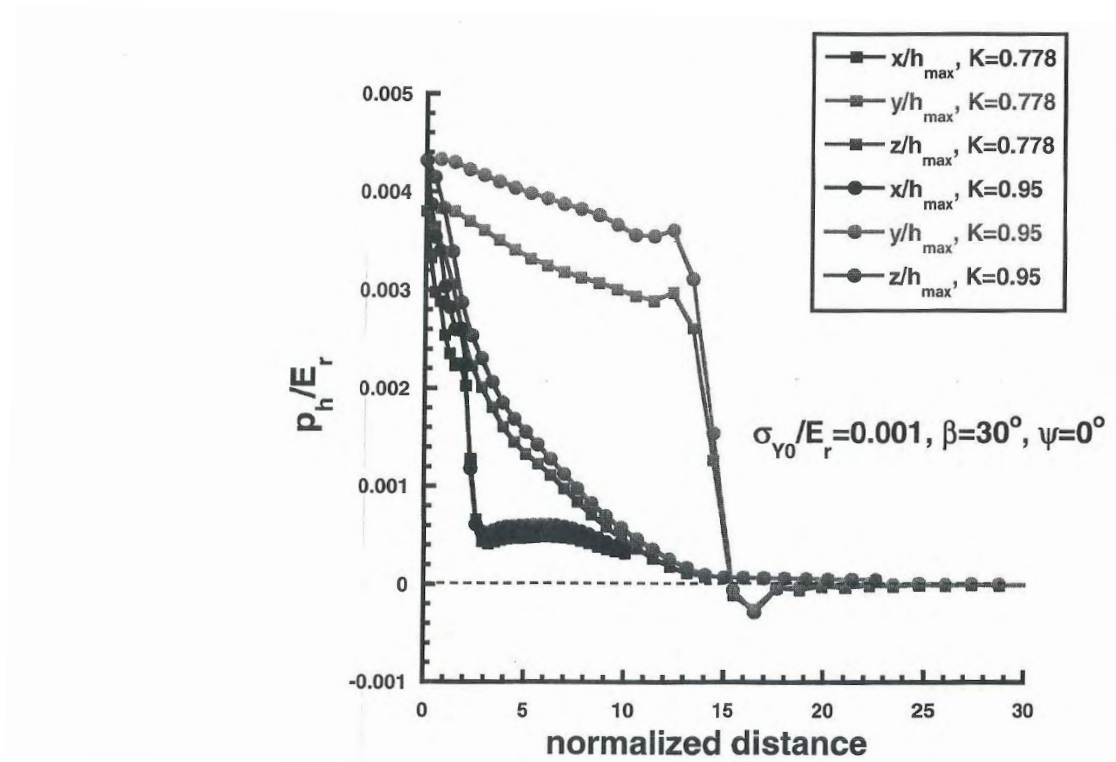
Σχήμα B19 (a), (b)



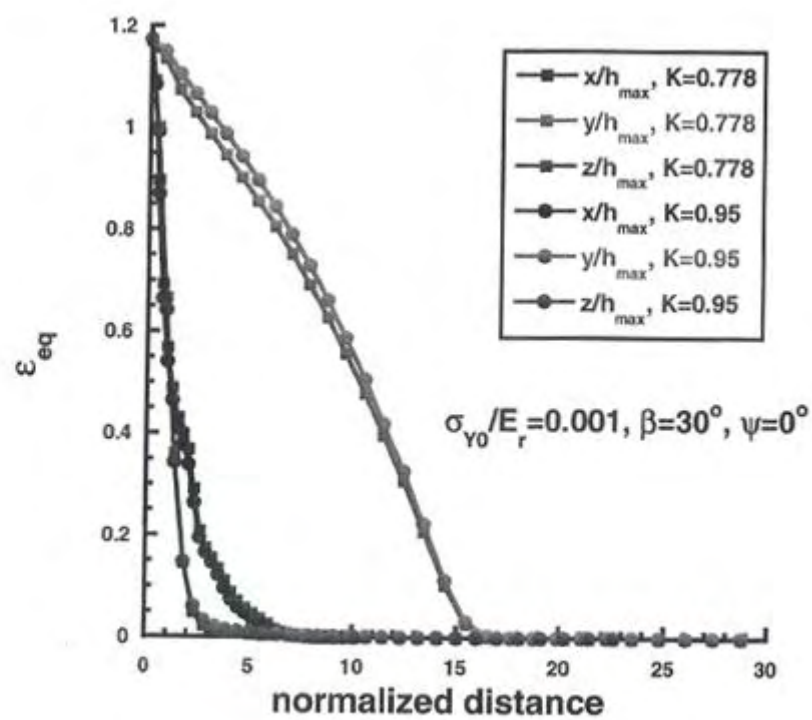
Σχήμα B19 (c)



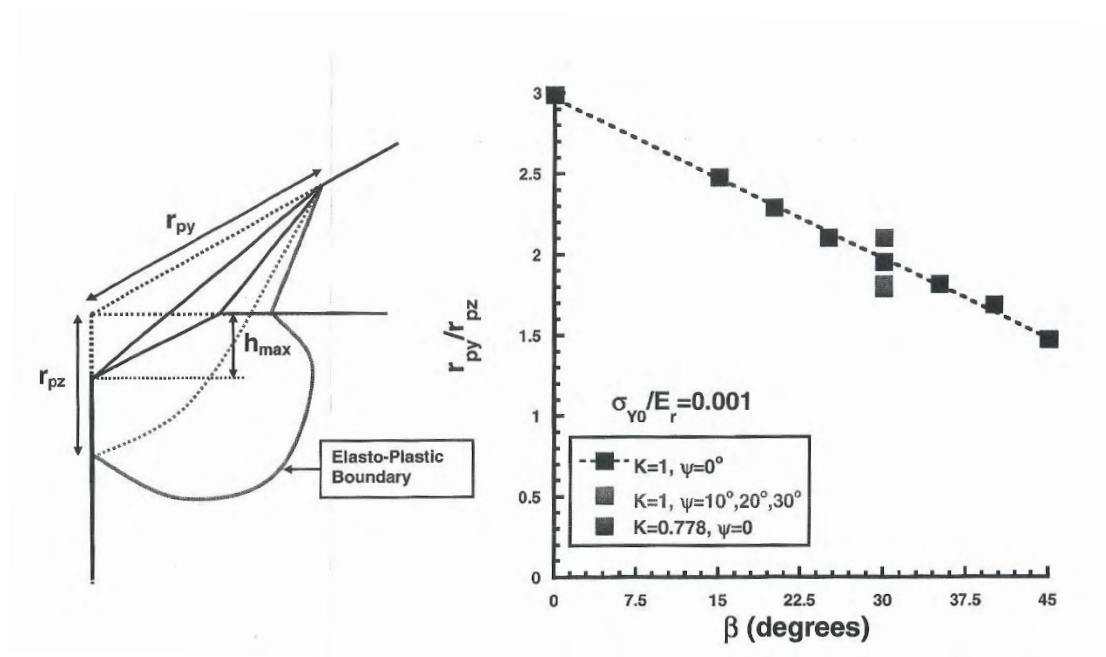
Σχήμα B20



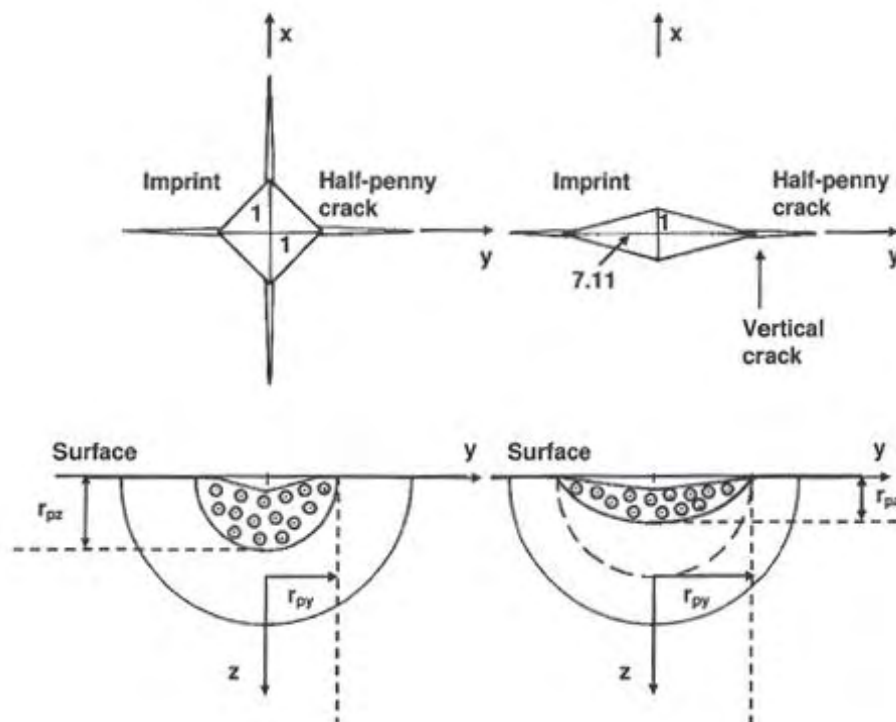
Σχήμα B21



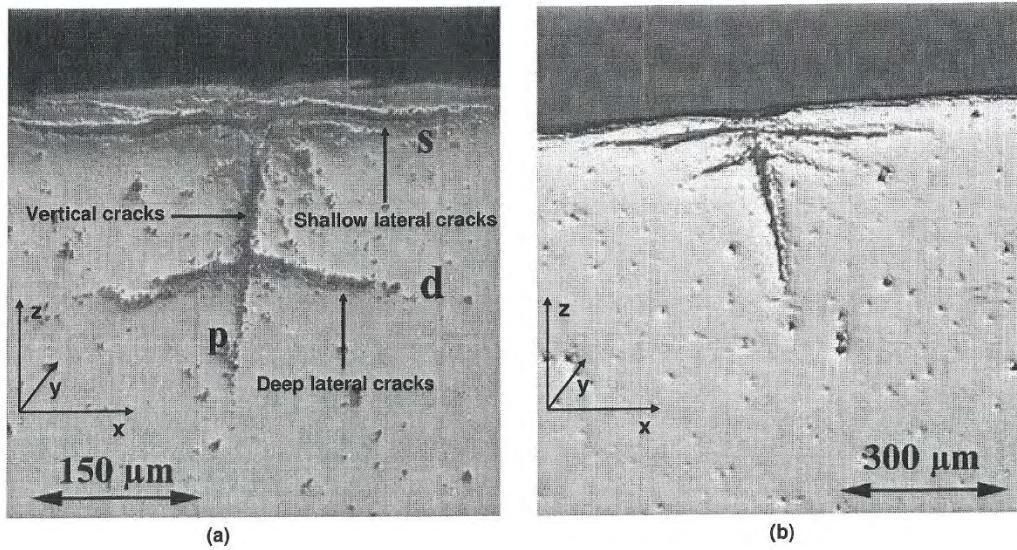
Σχήμα B22



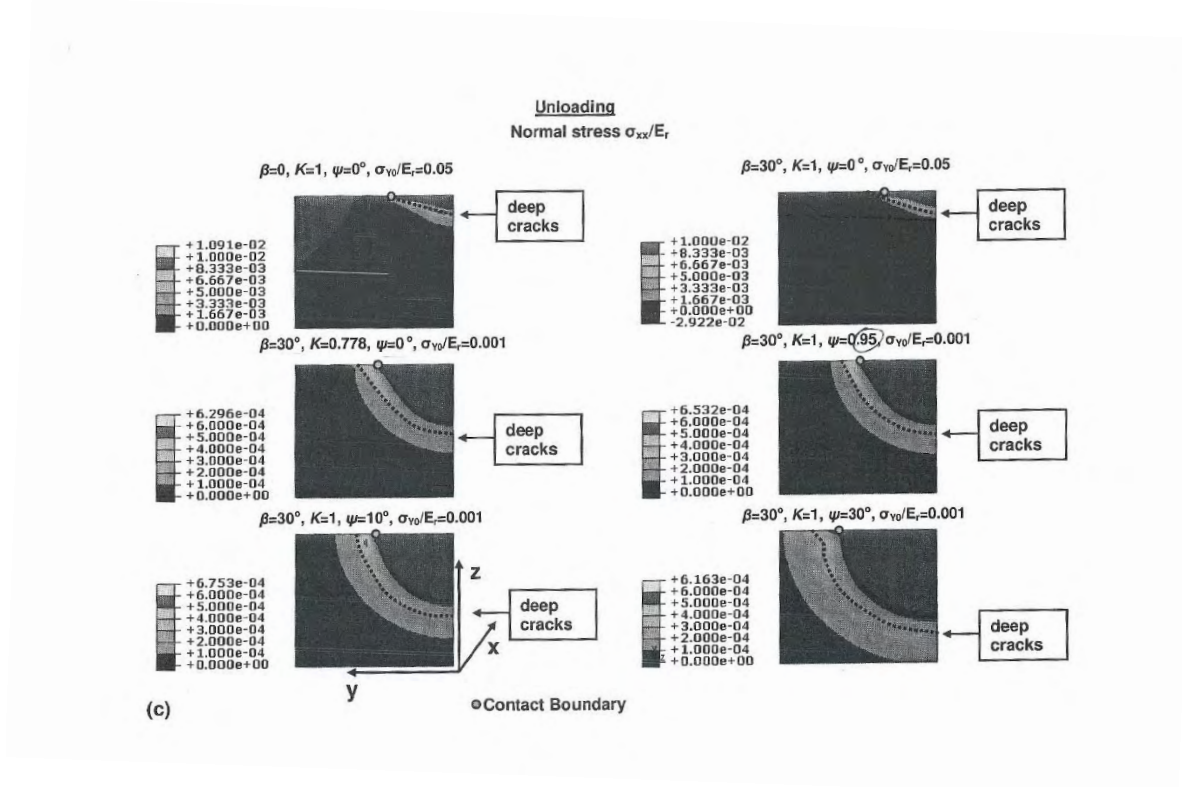
Σχήμα B23



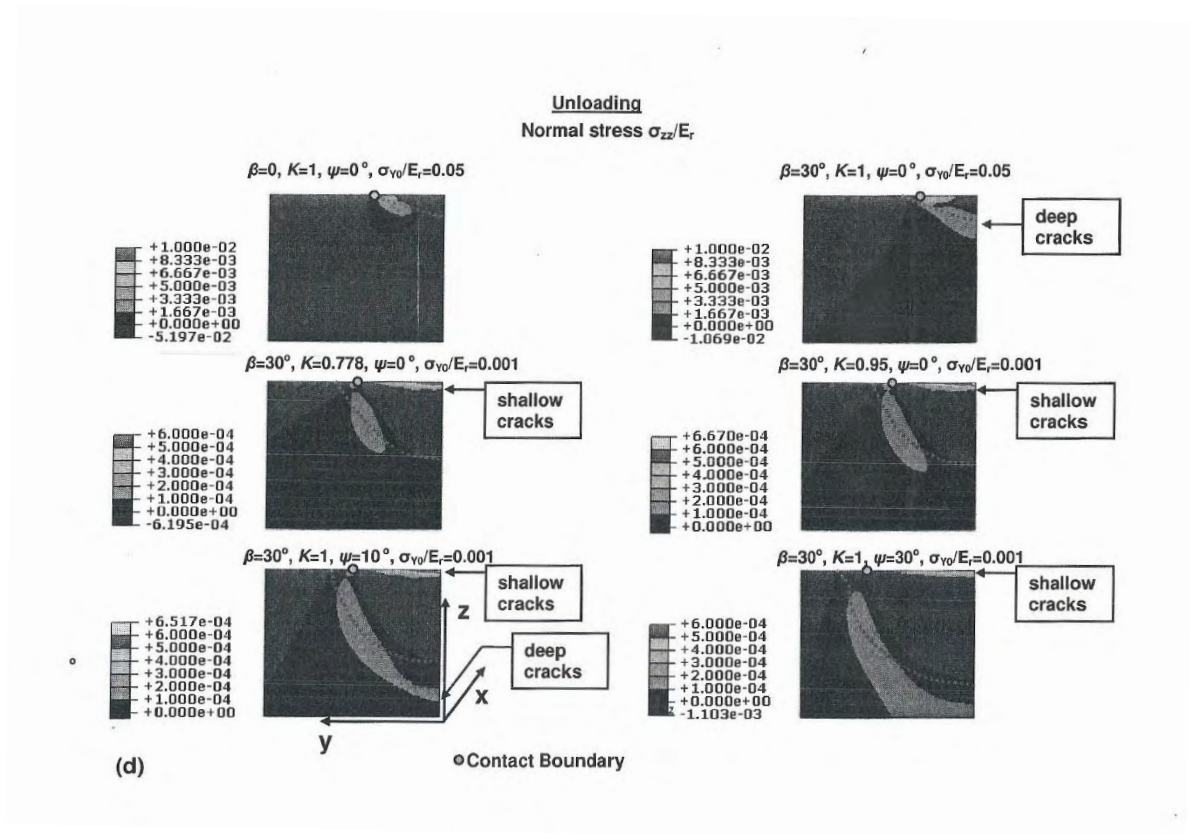
Σχήμα B24



Σχήμα B25 (a), (b)

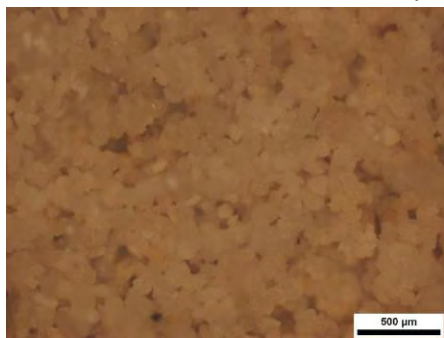


Σχήμα B25 (c)

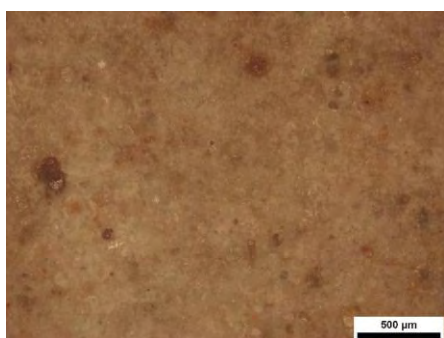


Σχήμα B25 (d)

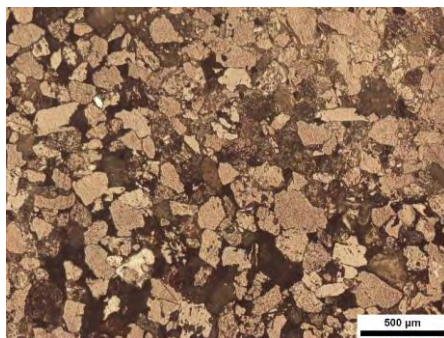
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ
Α. Φωτογραφίες μικροδομής



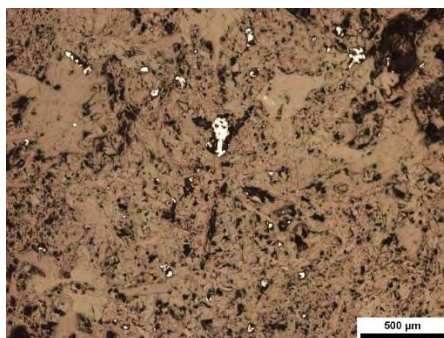
Εικόνα A1 Tuffeau de Maastricht Chalk



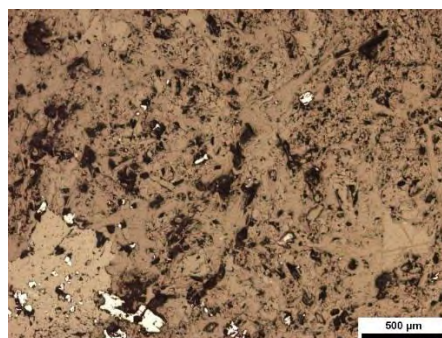
Εικόνα A2 Pietra di Leece Limestone



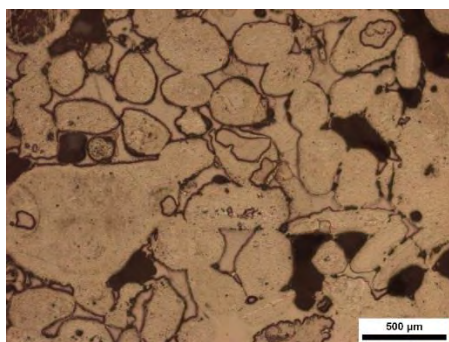
Εικόνα A3 Sander Sand Stone



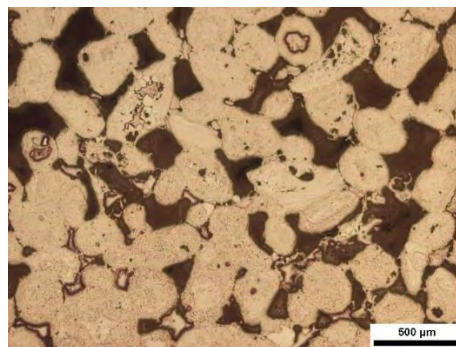
Εικόνα A4 Gruness Soapstone



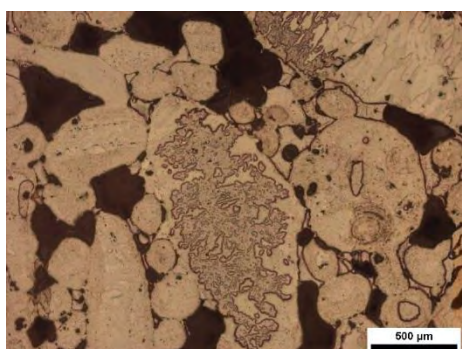
Εικόνα A5 Gruness Soapstone



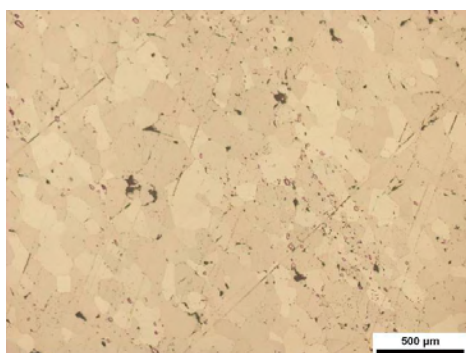
Εικόνα A6 Portland island Limestone



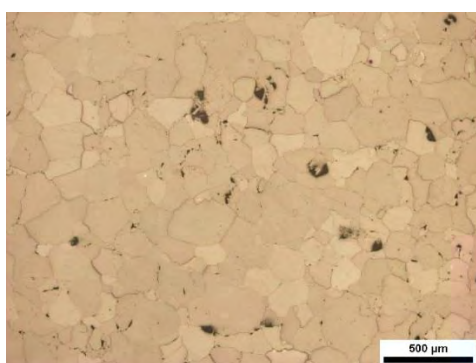
Εικόνα A7 Portland island Limestone



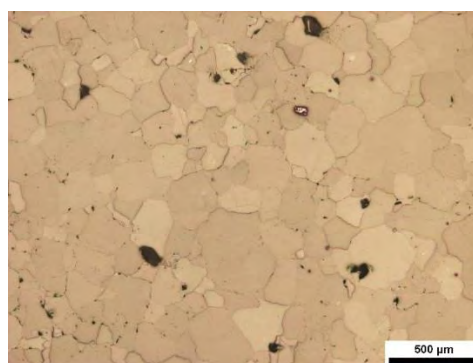
Εικόνα A8 Portland island Limestone



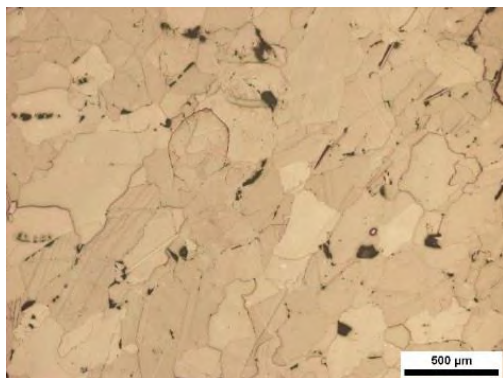
Εικόνα A9 Gioia Marble



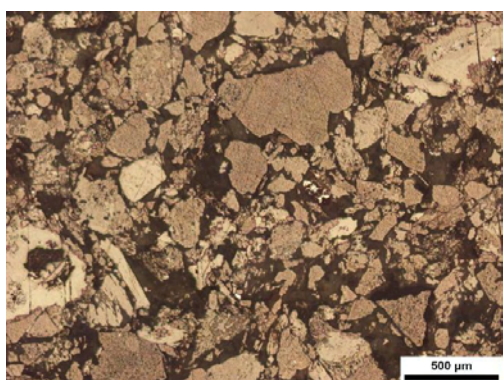
Εικόνα A10 Lorano Marble



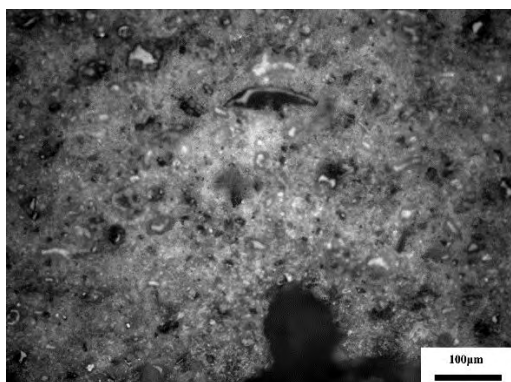
Εικόνα A11 Lorano Marble



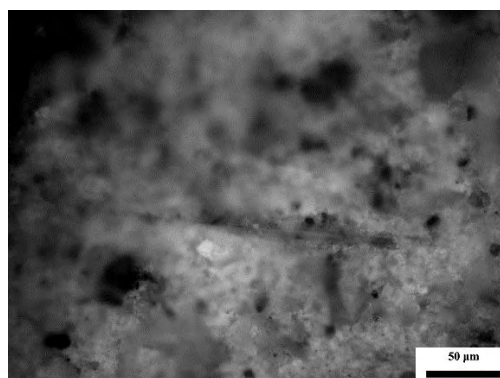
Εικόνα A12 Dionysos Marble



Εικόνα A13 Serena Sandstone



Εικόνα A14 Cement paste



Εικόνα A15 Cement paste

Β. Φωτογραφίες αποτυπωμάτων



Εικόνα B1 Pietra Vicenza Limestone
(Load=0.2kgf)



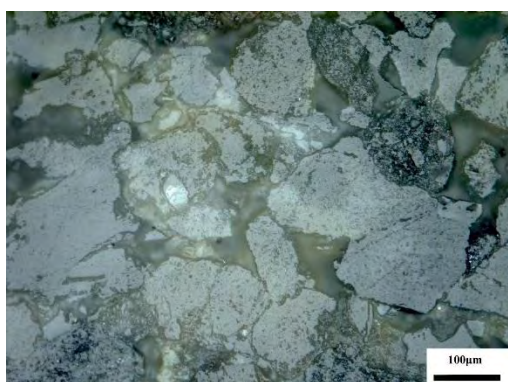
Εικόνα B2 Pietra Vicenza Limestone
(Load=0.2kgf)



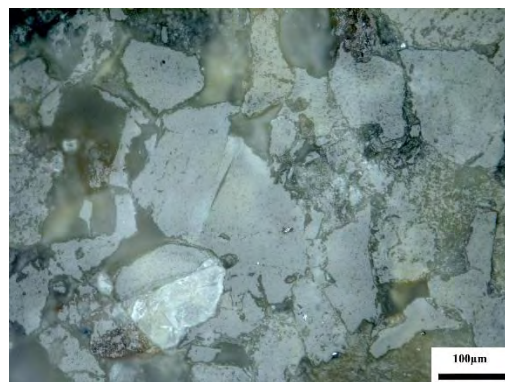
Εικόνα B3 Pietra Vicenza Limestone
(Load=0.2kgf)



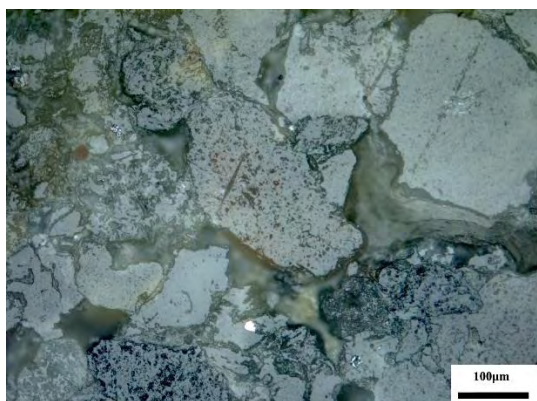
Εικόνα B4 Pietra Vicenza
(Load=0.2kgf)



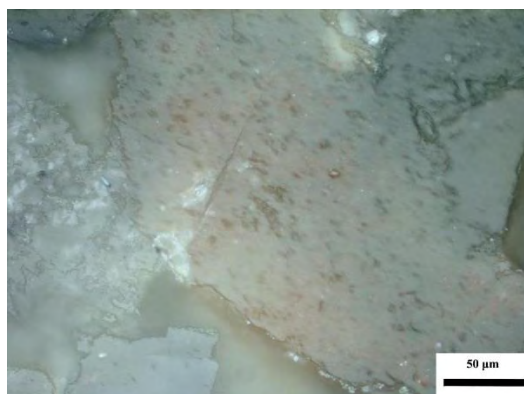
Εικόνα B5 Sander Sand Stone
(Load=0.2kgf)



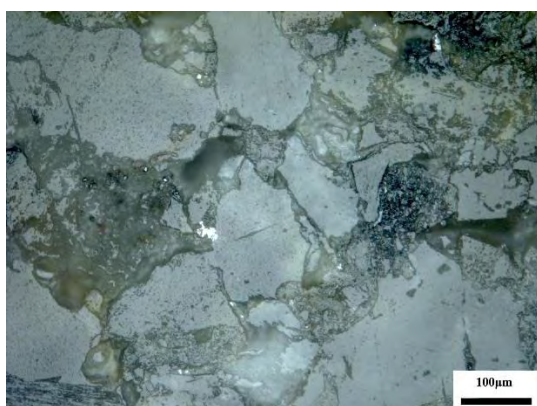
Εικόνα B6 Sander Sand Stone
(Load=0.2kgf)



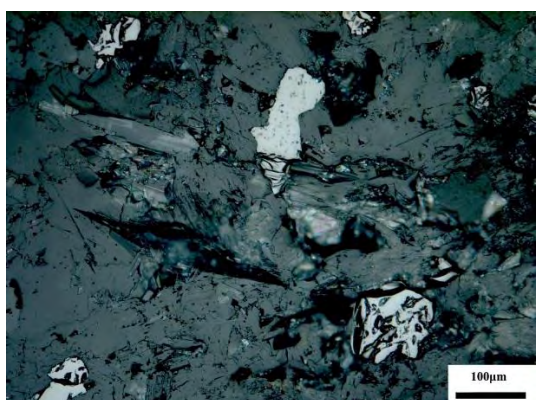
Εικόνα B7 Sander Sand Stone
(Load=0.2kgf)



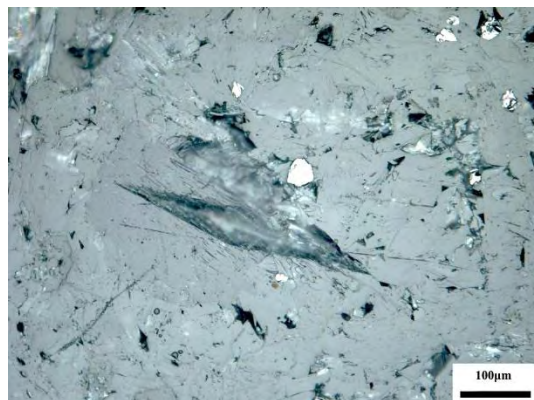
Εικόνα B8 Sander Sand Stone
(Load=0.5kgf)



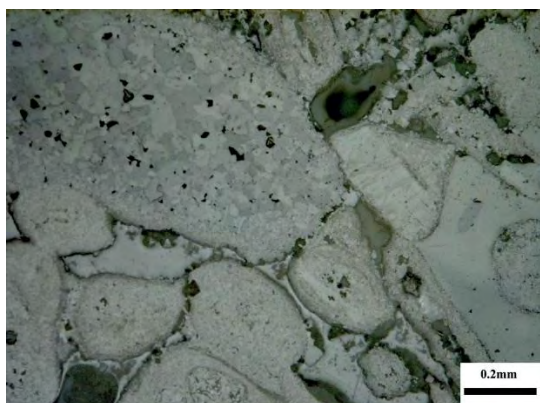
Εικόνα B9 Sander Sand Stone
(Load=0.2kgf)



Εικόνα B10 Gruness Soapstone
(Load=0.2kgf)



Εικόνα B11 Gruness Soapstone
(Load=0.2kgf)



Εικόνα B12 Portland island Limestone
(Load=0.1kgf)



Εικόνα B13 Portland island Limestone
(Load=0.2kgf)



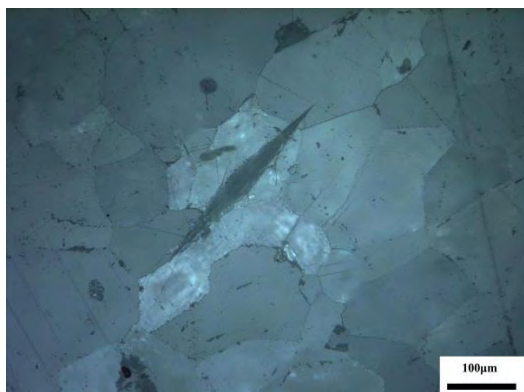
Εικόνα B14 Portland island Limestone
(Load=0.2kgf)



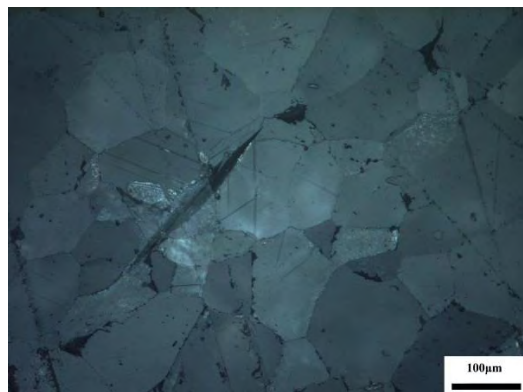
Εικόνα B15 Portland island Limestone
(Load=0.2kgf)



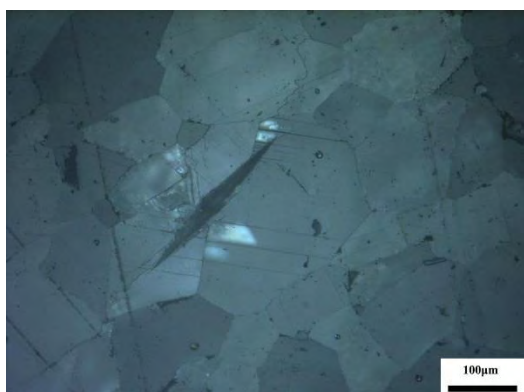
Εικόνα B16 Portland island Limestone
(Load=0.2kgf)



Εικόνα B17 Gioia Marble
(Load=0.2kgf)



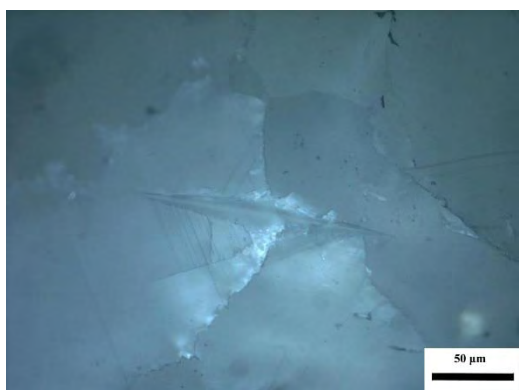
Εικόνα B18 Gioia Marble
(Load=0.2kgf)



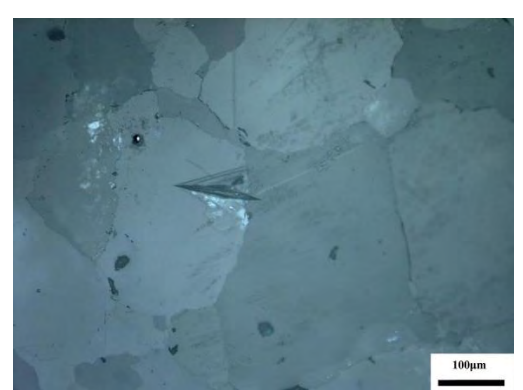
Εικόνα B19 Gioia Marble
(Load=0.2kgf)



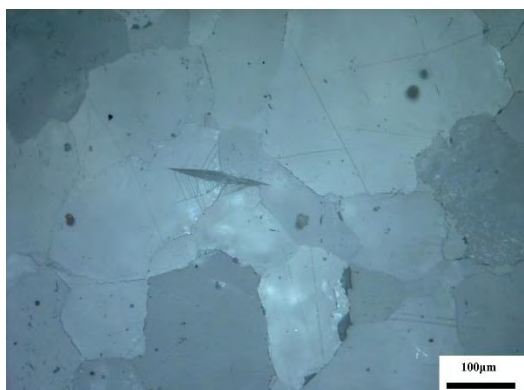
Εικόνα B20 Gioia Marble
(Load=0.2kgf)



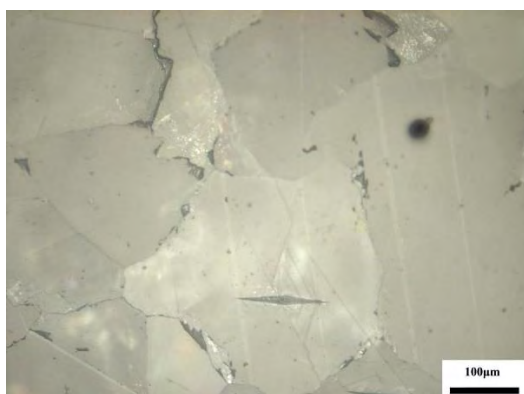
Εικόνα B21 Lorano Marble
(Load=0.5kgf)



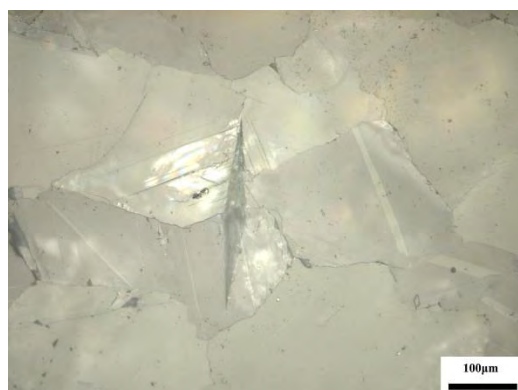
Εικόνα B22 Lorano Marble
(Load=0.2kgf)



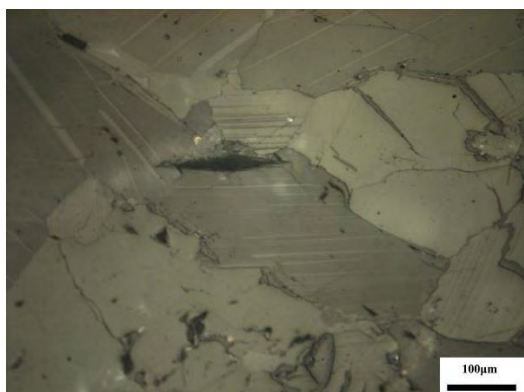
Εικόνα B23 Lorano Marble
(Load=0.2kgf)



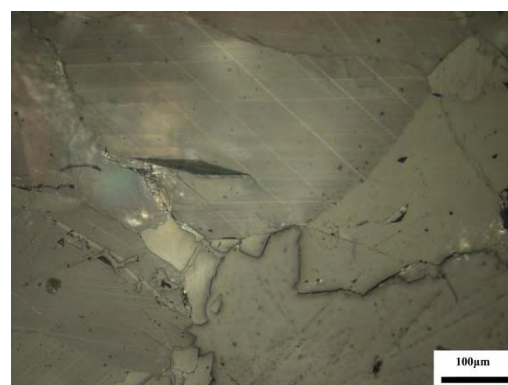
Εικόνα B24 Dionysos Marble
(Load=0.2kgf)



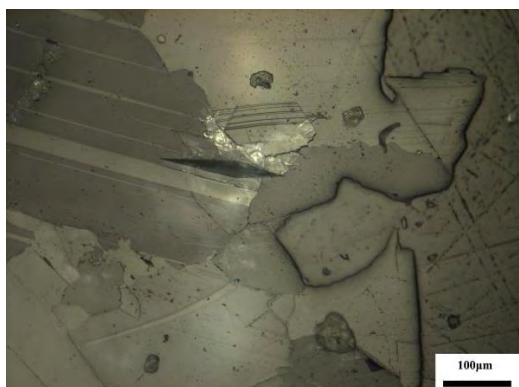
Εικόνα B25 Dionysos Marble (0.2kgf)
(Load=0.2kgf)



Εικόνα B26 Dionysos Marble
(Load=0.2kgf)



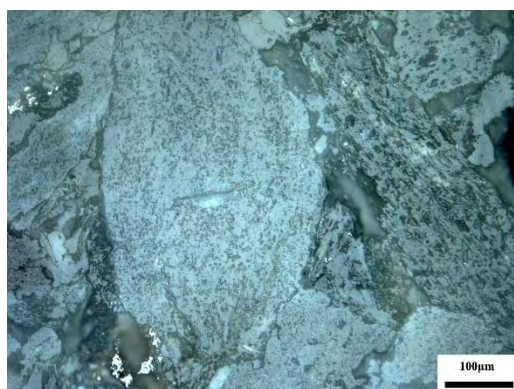
Εικόνα B27 Dionysos Marble
(Load=0.2kgf)



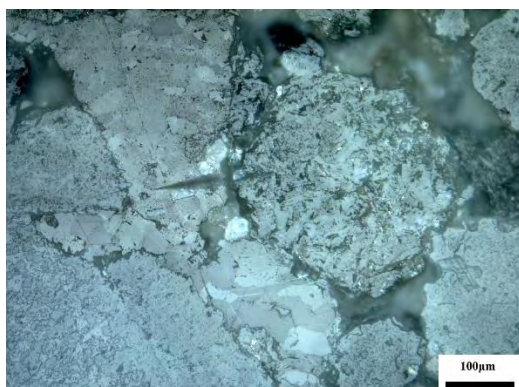
Εικόνα B28 Dionysos Marble
(Load=0.2kgf)



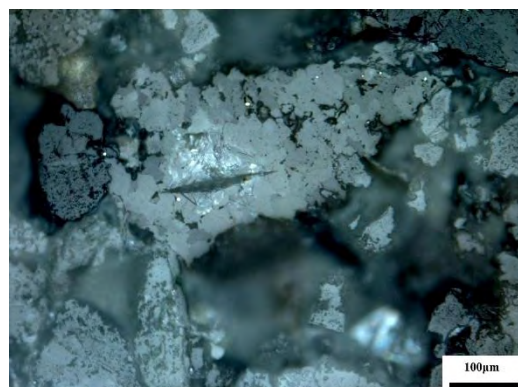
Εικόνα B29 Serena Sandstone
(Load=0.2kgf)



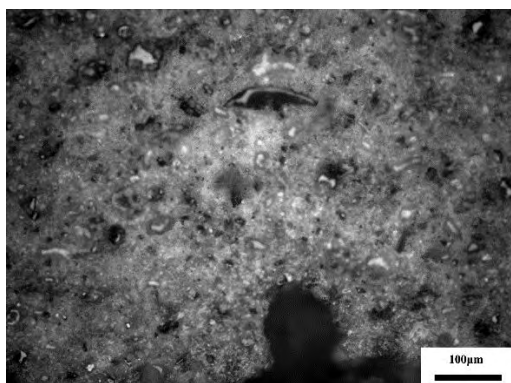
Εικόνα B30 Serena Sandstone
(Load=0.2kgf)



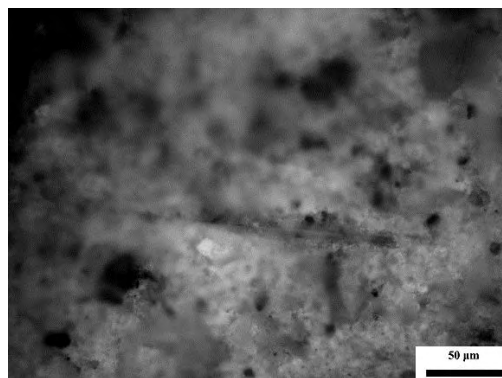
Εικόνα B31 Serena Sandstone
(Load=0.2kgf)



Εικόνα B32 Serena Sandstone
(Load=0.2kgf)



Εικόνα B33 Cement paste
(Load=0.2kgf)



Εικόνα B34 Cement paste
(Load=0.5kgf)